

پاسخنامه  
فیزیک  
فصل ۳  
دهم



### ۱- گزینه «۴»

(احسان مطلبی)

ابتدا جرم و تندی نهایی هواپیما را بعد از تغییر آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$m_2 = m_1 - \frac{50}{100} m_1 = \frac{50}{100} m_1 = \frac{1}{2} m_1 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{2} m_1$$

$$v_2 = v_1 + \frac{20}{100} v_1 = \frac{120}{100} v_1 = \frac{6}{5} v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{6}{5} v_1$$

اکنون به کمک رابطه انرژی جنبشی نسبت  $\frac{K_2}{K_1}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_1}{m_1} \times \left(\frac{6}{5} v_1\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{36}{25} = \frac{18}{25} \Rightarrow K_2 = \frac{18}{25} K_1$$

در نهایت داریم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{18}{25} K_1 - K_1 \Rightarrow \Delta K = -\frac{7}{25} K_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = -\frac{7}{25} \times 100 = -28$$

علامت منفی به معنای کاهش انرژی جنبشی می‌باشد.

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک ۱ صفحه ۵۴)

### ۲- گزینه «۲»

(معمرباش حسین نژادی)

ابتدا کار هر کدام از چهار نیرو را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} W_F = F_d \cos 0^\circ = 20 \times 2 \times 1 = 40 \text{ J} \\ W_{F_T} = F_T d \cos 60^\circ = 20 \times 2 \times \frac{1}{2} = 20 \text{ J} \\ W_{F_y} = F_y d \cos 90^\circ = 0 \\ W_{F_g} = F_g d \cos (180^\circ - 37^\circ) = -F_g d \cos 37^\circ = -20 \times 2 \times 0.8 = -32 \text{ J} \end{cases}$$

اکنون کار برابند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$W_T = 40 + 20 + 0 - 32 = 28 \text{ J}$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک ۱ صفحه ۵۵ و ۶۰)

### ۳- گزینه «۳»

(بهادر گهمران)

طبق رابطه  $K = \frac{1}{2} m v^2$ ، انرژی جنبشی دو گلوله در ابتدا به دلیل برابر بودن جرم و

تندی اولیه یکسان خواهد بود. ( $K_1 = K_2$ )

از طرف دیگر، طبق پایستگی انرژی تندی گلوله دوم در لحظه رسیدن به زمین از تندی گلوله اول در لحظه رسیدن به زمین بیشتر است؛ زیرا:

$$\begin{aligned} E_{\text{زمین}} = E_{\text{پرتاب}} &\Rightarrow \begin{cases} K'_1 = U_2 + K_2 \\ K'_1 = U_1 + K_1 \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{K'_2}{K'_1} = \frac{U_2 + K_2}{U_1 + K_1} &\xrightarrow{h_2 > h_1} \frac{K'_2}{K'_1} = \frac{U_2 + K_2}{U_1 + K_1} > 1 \Rightarrow K'_2 > K'_1 \\ K'_2 > K'_1 > K_1 = K_2 & \end{aligned}$$

بنابراین داریم:

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک ۱ صفحه ۶۸ و ۷۰)

### ۴- گزینه «۴»

(بهادر گهمران)

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = 0$$

$$\Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$|v_2| = |v_1|$$

بنابراین برای این‌که  $W_t = 0$  باشد، کفایت اندازه سرعت یا تندی، در ابتدا و انتهای

مسیر یکسان باشد.

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک ۱ صفحه ۵۸ و ۶۹)

### ۵- گزینه «۳»

(پونا فرشته)

برای جسم A داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{f_k}$$

$$mgh - \frac{1}{2} m v^2 = f_k d_A \cos 180^\circ \xrightarrow{h = \frac{d_A}{2}} \xrightarrow{f_k = \frac{1}{10} mg} m \times 10 \times \frac{d_A}{2} - \frac{1}{2} m v^2 = -\frac{m \times 10}{10} \times d_A$$

$$\Delta d_A - \frac{1}{2} v^2 = -d_A \Rightarrow d_A = \frac{v^2}{12}$$

برای جسم B داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{f_k}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v^2 = f_k d_B \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m v^2 = -\frac{m \times 10}{10} \times d_B \Rightarrow d_B = \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{v^2}{12}}{\frac{v^2}{2}} = \frac{1}{6}$$

بنابراین:

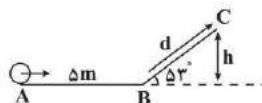
(گزاره انرژی و توان) (فیزیک ۱ صفحه ۶۱ و ۷۳)

### ۶- گزینه «۲»

(زهره آقامحمدری)

مطابق شکل زیر، فرض می‌کنیم که جسم حداکثر تا نقطه C بالا می‌رود. در این حالت

$v_C = 0$  است.



با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی در جابه‌جایی از A تا C داریم:



چون کار مفید بر روی مایع انجام شده، باعث افزایش انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن شده است. بنابراین با استفاده از آن جرم مایع را پیدا می‌کنیم:

$$W_{\text{مفید}} = \Delta U + \Delta K \Rightarrow 120000 = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 120000 = m(10 \times 20 + \frac{1}{2} \times (20\sqrt{3})^2)$$

$$\Rightarrow 120000 = m(200 + 600) \Rightarrow m = \frac{120000}{800} = 150 \text{ kg}$$

در نهایت حجم مایع برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{150}{1250} = \frac{1}{8} \text{ m}^3$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(امیرحسین برادران)

### ۹- گزینه «۳»

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \quad \begin{matrix} W_t = W_{F_1} + W_{F_2}, M = 1/5 \text{ kg}, W_{F_2} = F_2 d \cos(0), F_2 = 20 \text{ N} \\ \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2, v_f = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_i = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, d = 20 \text{ m} \end{matrix}$$

$$W_{F_2} + W_{F_1} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow F_2 d + W_{F_1} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 20 \times 20 + W_{F_1} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} (16 - 4) \Rightarrow W_{F_1} = 36 - 400 = -364 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(امیرحسین برادران)

### ۱۰- گزینه «۲»

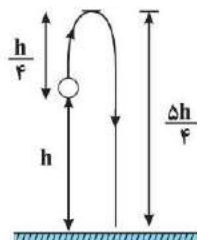
با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، بین دو لحظه پرتاب و لحظه رسیدن گلوله به اوج داریم:

$$\Delta K = W_{f_d} + W_{mg}$$

$$\begin{matrix} W_{mg} = -mg \frac{h}{f} \rightarrow 0 - K_1 = -f_d \frac{h}{f} - mg \frac{h}{f} \\ W_{f_d} = -f_d \frac{h}{f}, \Delta K = 0 - K_1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} K_1 = 26 \text{ J}, m = 50 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ f_d = 1/5 \text{ N}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{matrix} \rightarrow 26 = \frac{h}{f} (1/5 + 5) \Rightarrow h = \frac{26 \times f}{6/5}$$

$$\Rightarrow h = 16 \text{ m}$$



در صورتی که نیروی مقاومت هوا وجود نداشته باشد، با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی گلوله در لحظه رسیدن به زمین برابر است با:

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \quad \Delta U = -mgh$$

$$\begin{matrix} m = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \\ mgh = \Delta K \end{matrix} \quad \begin{matrix} h = 16 \text{ m}, K_1 = 26 \text{ J} \\ 0 - 26 = -mgh \end{matrix}$$

$$\Rightarrow K_2 = 106 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

$$W_t = K_C - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = -\frac{1}{2}mv_A^2$$

چون جسم از سطح بالا می‌رود کار نیروی وزن منفی است، بنابراین داریم:

$$-mgh + W_{f_k} = -\frac{1}{2}mv_A^2 \quad \begin{matrix} W_{f_k} = -4 \times 5 = -20 \text{ J} \\ -2 \times 10 \times h - 20 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 100 \end{matrix}$$

$$-20h = -80 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

بنابراین، جابه‌جایی d روی سطح برابر است با:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d}$$

$$d = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{0.5} = 8 \text{ m}$$

دقت کنید، چون در هر متر جابه‌جایی روی سطح AB، انرژی تلف می‌شود،

بنابراین در 8m جابه‌جایی، انرژی تلف‌شده برابر 20J  $|W_{f_k}| = |-4 \times 5| = 20 \text{ J}$  خواهد بود.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(زهره آقامیری)

### ۷- گزینه «۳»

با استفاده از قانون پایستگی انرژی برای دو نقطه (۱) و (۲)، نیروی مقاومت هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{matrix} \text{Diagram: A ball is launched from point (1) with velocity } u=0 \text{ and reaches point (2) at height } h=4 \text{ m. Point (3) is at height } d=h-h'. \end{matrix}$$

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow -fh = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow -fh = mgh - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$-f \times 4 = 2 \times 10 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow -4f = 80 - 100 \Rightarrow f = 5 \text{ N}$$

در مسیر بازگشت در نقطه (۳) به ارتفاع  $h'$  داریم:

$$U_2 = \frac{f}{5} K_2 \Rightarrow K_2 = \frac{5}{f} U_2 (*)$$

بار دیگر از قانون پایستگی انرژی بین دو نقطه (۲) و (۳) استفاده می‌کنیم:

$$W_f' = E_3 - E_2 = (U_3 + K_3) - (U_2 + K_2)$$

$$\xrightarrow{(*)} -fd = (U_2 + \frac{5}{f} U_2) - U_2$$

$$\Rightarrow -fd = \frac{4}{f} U_2 - U_2 \Rightarrow -fd = \frac{4}{f} mgh' - mgh \quad \begin{matrix} d = h - h' = 4 - h' \\ h = 4 \text{ m}, f = 5 \text{ N} \end{matrix}$$

$$-5 \times (4 - h') = \frac{4}{f} \times 20 \times h' - 2 \times 10 \times 4 \Rightarrow -20 + 5h' = 4h' - 80$$

$$h' = 1/5 \text{ m}$$

دقت کنید که d جابه‌جایی بین دو نقطه ۲ و ۳ است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(مهری آرتسب)

### ۸- گزینه «۱»

با داشتن مقدار توان خروجی (دقت کنید که توان داده شده، توان خروجی است و نیازی به استفاده از بازده نیست) و مدت زمان آن، می‌توان کار مفید را به‌دست آورد:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \Rightarrow W_{\text{مفید}} = P_{\text{خروجی}} \times t$$

$$\begin{matrix} t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s} \\ P = 400 \text{ W} \end{matrix} \rightarrow W_{\text{مفید}} = 400 \times 300 = 120000 \text{ J}$$

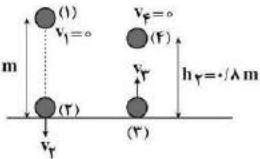


### ۱۱- گزینه ۱

(زهره آقاممیری)

سطح زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و چون مقاومت هوا وجود ندارد، پایداری انرژی را برای دو حالت می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2, E_p = E_k \Rightarrow \begin{cases} U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \\ U_p + K_p = U_k + K_k \end{cases}$$

$$\frac{K_1 = K_2 = 0}{U_1 = U_2 = 0} \rightarrow \begin{cases} K_2 = U_1 \\ K_2 = U_2 \end{cases} \quad h_1 = 1/25 \text{ m}$$


$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{mgh_2}{mgh_1} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{0/8}{1/25}$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{0/8}{1/25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5}v_1$$

درصد تغییرات تندی برابر است با:

$$\Delta v = \frac{4}{5}v_1 - v_1 = -\frac{1}{5}v_1 = -0/2v_1$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات تندی} = \frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = -20\%$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

### ۱۲- گزینه ۴

(غلامرضا صبیح)

به کمک رابطه مربوط به محاسبه کار نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

$$\frac{F_2 = F_1 + \frac{1}{2}F_1 = 1/2F_1, d_1 = d_2}{\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 30 + 15 = 45^\circ} \rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 1/2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \frac{1}{2}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

### ۱۳- گزینه ۱

(معمود منتوری)

می‌دانیم وقتی نیروی مقاومت در مقابل حرکت جسم وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند، یعنی انرژی مکانیکی در کل مسیر مقداری ثابت است. بنابراین برای محاسبه انرژی مکانیکی هر قسمتی از مسیر، کافی است انرژی مکانیکی نقطه‌ای از مسیر که اطلاعات آن را داریم، محاسبه کنیم:

$$E = E \text{ (در سطح زمین)} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 4 \times (15)^2$$

$$\Rightarrow E = 450 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

### ۱۴- گزینه ۱

(موری آرتسب)

ابتدا کار خالص را با توجه به معلوم بودن تندی اتومبیل و جرم آن با استفاده از قضیه کار و

$$m = \frac{W}{g} = \frac{8000}{10} = 800 \text{ kg}$$

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (40^2 - 20^2)$$

$$\Rightarrow W_t = 400 \times 1200$$

اکنون با استفاده از رابطه توان متوسط داریم:

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{400 \times 1200}{20} = 24000 \text{ W} = 24 \text{ kW}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

### ۱۵- گزینه ۲

(موری براتی)

ابتدا با استفاده از رابطه چگالی، جرم مایع را می‌یابیم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}} = 0/9 \times 10^5 = 9 \times 10^4 \text{ g} = 90 \text{ kg}$$

از طرف دیگر می‌دانیم کاری که پمپ انجام می‌دهد، صرف تغییر انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی مایع می‌شود. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mgh$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 90 \times (10^2 - 0) + 90 \times 10 \times 5 = 9000 \text{ J}$$

اکنون توان مفید پمپ و به دنبال آن بازده پمپ را پیدا می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{t} = \frac{9000 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 9000 \text{ W}$$

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 = \frac{9000}{2 \times 10^4} \times 100 = 45\%$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۵)

### ۱۶- گزینه ۳

(زهره آقاممیری)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، یعنی  $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$ ، وقتی

کار نیروی خالص صفر باشد،  $(W_t = 0)$  لازم است  $\Delta K = 0$  باشد. یعنی  $v_1 = v_2$  باشد.

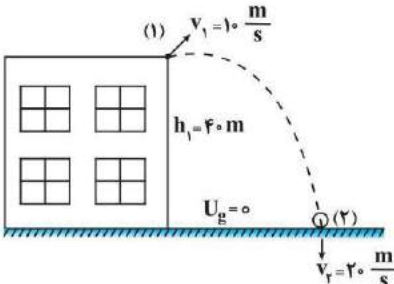
الف) نادرست: اگر  $W_t = 0$  باشد، نمی‌توان گفت الزاماً سرعت جسم ثابت است. ممکن است، جسم بر روی مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت در حرکت باشد. در این صورت  $W_t = 0$  است، اما چون جهت بردار سرعت تغییر می‌کند، سرعت جسم نمی‌تواند ثابت بماند.

ب) درست: زیرا  $W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0$

(مهری آرنسپ)

## ۲۰- گزینه ۲

اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیریم، جسم در نقطه (۱) هم دارای انرژی جنبشی و هم دارای انرژی پتانسیل است، اما در نقطه (۲) فقط انرژی جنبشی دارد. بنابراین، با توجه به این که در طول مسیر انرژی مکانیکی جسم، پایسته نمی ماند به صورت زیر کار نیروی مقاومت هوا را می یابیم.

$$(1) \begin{cases} U_1 = mgh_1 \\ K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} U_2 = 0 \\ K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \end{cases}$$


$$W_f = E_f - E_i \xrightarrow{E=K+U} W_f = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \Rightarrow$$

$$W_f = \frac{1}{2}mv_f^2 + 0 - \frac{1}{2}mv_i^2 - mgh_1 \xrightarrow{m=0.5kg, g=10m/s^2} W_f = \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} \times 400 - \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} \times 100 - \frac{5}{100} \times 10 \times 40$$

$$\Rightarrow W_f = 10 - 2.5 - 20 \Rightarrow W_f = -12.5J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۱ و ۶۳)

(معلم دشپان)

## ۲۱- گزینه ۴

در کل فرض کنید قرار است توسط نیروی دست جسمی را رو به بالا برده و تندی آن را نیز تغییر دهیم به طوری که انرژی پتانسیل گرانشی آن به اندازه  $\Delta U$  و انرژی جنبشی آن به اندازه  $\Delta K$  تغییر کند. در این صورت طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow W_{\text{دست}} + W_{mg} = \Delta K$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U \text{ گرانش}} W_{\text{دست}} - \Delta U = \Delta K \Rightarrow W_{\text{دست}} = \Delta K + \Delta U$$

این تساوی به ما می گوید که کار انجام شده توسط نیروی دست به اندازه مجموع تغییر در انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم است. یعنی می توان نوشت:

$$W_{\text{دست}}(1) = W_{\text{دست}}(2) \Rightarrow \Delta K_1 + \Delta U_1 = \Delta K_2 + \Delta U_2 \quad (1)$$

آزمایش اول                      آزمایش دوم

اکنون با محاسبه  $\Delta K_1$ ،  $\Delta U_1$  و  $\Delta K_2$  به صورت زیر ارتفاع جسم در حالت دوم را می یابیم:

$$\begin{cases} \Delta K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1=0, v_2=20m/s, m=200g=0.2kg} \Delta K_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{100} \times (1600 - 0) = 16J \\ \Delta U_1 = mgh_1 \xrightarrow{h_1=10m, m=0.2kg} \Delta U_1 = \frac{2}{100} \times 10 \times 10 = 2J \end{cases}$$

در آزمایش اول

$$\begin{cases} v_1 = v_2 \Rightarrow \Delta K_2 = 0 \\ \Delta h_2 = ? \end{cases}$$

در آزمایش دوم

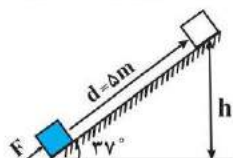
پ) نادرست: ممکن است جسم بر مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت حرکت کند و سرعت جسم متغیر باشد. در این صورت حرکت جسم شتابدار است و طبق قانون دوم نیوتون بر جسم نیرو وارد می شود.  
ت) نادرست: چون  $\Delta U = mgh$  است، اگر جسم در راستای قائم جابه جا شود و  $W_f = 0$  باشد الزاماً  $\Delta U \neq 0$  است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۱ و ۶۵)

## ۱۷- گزینه ۱

(زهره آقامهری)

اگر جسم  $5m$  روی سطح جابه جا شود ارتفاع آن به اندازه  $h$  تغییر می کند که برابر است با:



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow 0.6 = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 3m$$

از طرف دیگر، طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_f = K_f - K_i \xrightarrow{K_i=0} W_f = K_f = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_f = W_{fk} + W_{mg} + W_F \xrightarrow{W_{fk}=0} W_{fk} + W_{mg} + W_F = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -mgh, W_F = Fd \cos(37^\circ)} W_{fk} - mgh + Fd = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow{F=18/4N, d=5m} W_{fk} - 2 \times 10 \times 3 + 18/4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16$$

$$\xrightarrow{m=2kg, v=4m/s} W_{fk} = 16 + 60 - 92 = -16J$$

توجه داریم که کار نیروی اصطکاک به انرژی درونی جسم و سطح تبدیل می شود.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۱ و ۶۳)

## ۱۸- گزینه ۲

(شهرام افسری دارانی)

با توجه به قضیه کار و انرژی و کار نیروی ثابت وارد بر جسم، داریم:

$$W_{\text{برایند}} = \Delta K$$

$$\xrightarrow{W_{\text{برایند}} = W_F + W_f, \Delta K = 24J} W_F - 2 \times 4 = 24 \Rightarrow W_F = 26J$$

$$\xrightarrow{W_F = Fd \cos \theta, d=4m, \theta=60^\circ} 26 = F \times 4 \times \cos 60^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}} F = 13N$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۵۵ و ۶۳)

## ۱۹- گزینه ۲

(مجتبی کویانی)

با توجه به رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، ابتدا به صورت زیر  $v$  را می یابیم، دقت کنید، با توجه به نوار  $v_1 = v$ ،  $v_2 = v + 10$  و  $K_2 - K_1 = 500J$  است.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{K_2 - K_1 = 500J, m=2kg, v_1=v, v_2=v+10} 500 = \frac{1}{2} \times 2 \times [(v+10)^2 - v^2]$$

$$\Rightarrow 500 = v^2 + 100 + 20v - v^2$$

$$\Rightarrow 400 = 20v \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

اکنون می توان به ازای  $v' = v + 30 = 20 + 30 = 50 \frac{m}{s}$ ، انرژی جنبشی را

به دست آورد:

$$K' = \frac{1}{2}mv'^2 \xrightarrow{m=2kg, v'=50m/s} K' = \frac{1}{2} \times 2 \times 2500 \Rightarrow K' = 2500J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۵۳ و ۵۵)

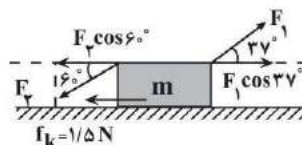
### ۲۷- گزینه «ا»

(غیرهمسین برادران)

ابتدا مشخص می‌کنیم جسم به کدام سمت شروع به حرکت می‌کند.

$$F_1 \cos 37^\circ = 15 \times 0.8 = 12 \text{ N}, F_2 \cos 60^\circ = 18 \times 0.5 = 9 \text{ N}$$

بنابراین جسم به سمت راست شروع به حرکت می‌کند. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$\Delta K = W_t \quad \frac{W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_g}}{\Delta K = K_f - K_i, K_i = 0}$$

$$F_1 \times d \times \cos 37^\circ + F_2 \times d \times \cos 12^\circ + F_k \times d \times \cos 18^\circ = K_f$$

$$\frac{\cos 37^\circ = 0.8, \cos 12^\circ = -0.5, d = 4 \text{ m}}{\cos 18^\circ = -1, F_1 = 12 \text{ N}, F_2 = 9 \text{ N}, F_k = 1/18 \text{ N}}$$

$$15 \times 0.8 \times 4 - 18 \times 0.5 \times 4 - 1/18 \times 4 = K_f$$

$$\Rightarrow K_f = 6 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۳)

### ۲۸- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی فرد)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \quad \frac{W_t = 27 \text{ J}, m = 2 \text{ kg}}{v_i = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$27 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_f^2 - 9) \Rightarrow 36 = v_f^2 \Rightarrow v_f = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

### ۲۹- گزینه «ا»

(مصفی گبانی)

با استفاده از رابطه  $W = Fd \cos \theta$  و با توجه به اینکه  $F$  ثابت است، به صورت زیر جابه‌جایی در حالت دوم را می‌یابیم:

$$d_1 = 12 \text{ m}, \theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 60^\circ - 7^\circ = 53^\circ, W_1 = W_2, F_1 = F_2$$

$$W_1 = W_2 \quad \frac{W = Fd \cos \theta}{F_1 = F_2 = F} \Rightarrow F d_1 \cos \theta_1 = F d_2 \cos \theta_2$$

$$F \times 12 \times \cos 60^\circ = F \times d_2 \times \cos 53^\circ \quad \frac{\cos 53^\circ = \frac{4}{5}}{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}} \Rightarrow 12 \times \frac{1}{2}$$

$$= d_2 \times \frac{4}{5}$$

$$6 = \frac{4}{5} d_2 \Rightarrow d_2 = 10 \text{ m}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

### ۳۰- گزینه «۲»

(مصفی گبانی)

چون مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند و در تمام نقاط، مقدار آن ثابت است. بنابراین، کافی است، انرژی مکانیکی اولیه گلوله را بیابیم:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1 = 0} E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad \frac{m = 20 \times 10^{-3} \text{ kg}}{v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

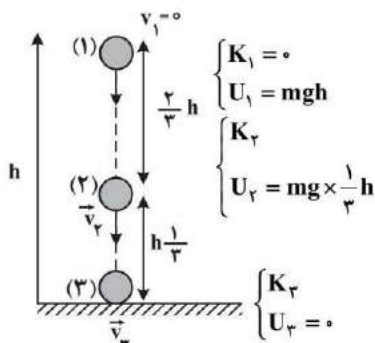
$$E_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 400 \Rightarrow E_1 = E_{\text{کل}} = 40 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۳ تا ۷۷)

### ۳۱- گزینه «ا»

(سارینا زارع)

مطابق شکل، در نقطه‌ای که جسم رها می‌شود، فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در سطح زمین فقط انرژی جنبشی دارد. چون مقاومت هوا وجود ندارد، این دو انرژی با هم برابرند. بنابراین داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh = K_2 + 0$$

$$\Rightarrow K_2 = mgh$$

در نقطه (۲)، جسم هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل دارد. بنابراین داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = K_2 + mg \times \frac{1}{3} h \Rightarrow K_2 = \frac{2}{3} mgh$$

$$\frac{K_2}{K_3} = \frac{\frac{2}{3} mgh}{mgh} \Rightarrow \frac{K_2}{K_3} = \frac{2}{3}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

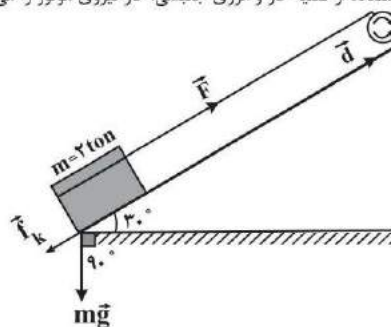
در نهایت داریم:



### ۳۲- گزینه «۴»

(معمرباروق ماسیره)

ابتدا مطابق شکل، نیروهای وزن، موتور، اصطکاک و بردار جابه جایی را رسم می کنیم و با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی موتور را می یابیم:



$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\text{تندی ثابت است}} W_t = 0$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_f + W_F = 0 \Rightarrow mgd \cos(120^\circ)$$

$$+ W_f + W_F = 0 \xrightarrow{W_f = \frac{1}{2} W_F} \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} mgd - \frac{1}{2} W_F + W_F = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} W_F = \frac{1}{2} mgd$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} mgd$$

$$m = 2 \text{ ton} = 2000 \text{ kg} \rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times 2000 \times 10 \times d = \frac{1}{2} \times 10^4 d$$

$$P = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 10^4 d}{\Delta t} \xrightarrow{v = \frac{d}{\Delta t}} P = \frac{1}{2} \times 10^4 v$$

$$v = 2 \frac{m}{s} \rightarrow P = \frac{1}{2} \times 10^4 \times 2 \Rightarrow P = 250 \times 10^3 W$$

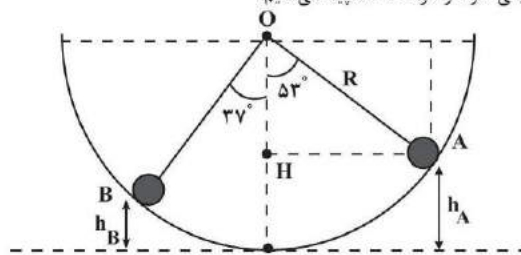
$$10^3 W = kW \rightarrow P = 250 kW$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۴ و ۷۲)

### ۳۳- گزینه «۱»

(معمرباروق ماسیره)

ابتدا فاصله نقطه A و B را از پایین ترین نقطه نیم کره می یابیم و سپس انرژی مکانیکی گلوله را در نقطه A، پیدا می کنیم.



$$h = R - OH \xrightarrow{\cos \theta = \frac{OH}{R}} h = R - R \cos \theta$$

$$\Rightarrow h = R(1 - \cos \theta) \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow h_A = 2(1 - \cos 37^\circ) = 0.8 \text{ m} \\ \Rightarrow h_B = 2(1 - \cos 37^\circ) = 0.8 \text{ m} \end{cases}$$

$$E_A = U_A + K_A = mgh_A + 0 \Rightarrow E_A = mgh_A \xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}} E_A = 0.2 \times 10 \times 0.8 = 1.6 \text{ J}$$

$$W_f = -\frac{25}{100} E_A \Rightarrow W_f = -\frac{25}{100} \times 1.6 = -0.4 \text{ J}$$

از طرف دیگر، چون اصطکاک وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نیست، بنابراین می توان نوشت:

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_f$$

$$\Rightarrow (U_B - U_A) + (K_B - K_A) = W_f$$

$$\Rightarrow mg(h_B - h_A) + \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2) = W_f$$

$$\xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}, v_A=0} \xrightarrow{W_f=-0.4 \text{ J}} 0.2 \times 10 \times (0.8 - 0.8) + \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_B^2 = -0.4$$

$$(v_B^2 - 0) = -0.4$$

$$-0.8 + 0.1 v_B^2 = -0.4 \Rightarrow 0.1 v_B^2 = 0.4 \Rightarrow v_B^2 = 4$$

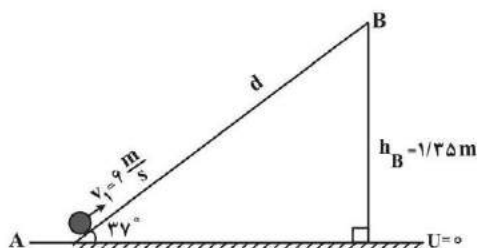
$$\Rightarrow v_B = 2 \frac{m}{s}$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۴ و ۷۲)

### ۳۴- گزینه «۲»

(زهره آقامحمدری)

ابتدا فرض می کنیم که جسم تا نقطه B بالا می رود. در این حالت با توجه به شکل داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h_B}{d} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{1/35}{d} \Rightarrow d = 2/25 \text{ m}$$

چون نیروی اصطکاک وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نمی ماند، بنابراین داریم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (U_B + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\Rightarrow f_k d \cos 180^\circ = mgh_B - \frac{1}{2} mv_A^2$$

$$\Rightarrow -f_k \times 2/25 = 2 \times 10 \times 1/35 - \frac{1}{2} \times 2 \times 36$$

$$-2/25 f_k = -9 \Rightarrow f_k = 4 \text{ N}$$

در نهایت داریم:

$$W = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N} \rightarrow \frac{f_k}{W} = \frac{4}{20} = 0.2$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه های ۶۴ و ۷۲)

### ۳۵- گزینه «۲»

(زهره آقامحمدری)

ابتدا کار نیروی موتور را محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{W_F}{t} \xrightarrow{P=72 \text{ kW}, t=2 \text{ s}} P = 72 \times 10^3 W$$

$$h = 4/\Delta m \rightarrow -16 = 160 - \frac{144}{\Delta} - 2v_1^2 \Rightarrow 2v_1^2 = 32$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow |v_1| = 4 \frac{m}{s}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۴ و ۷۲)

(میثم دشتیان)

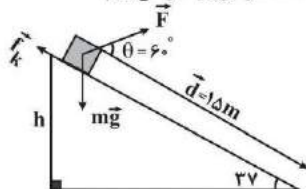
### ۳۷- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروها را به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad \begin{matrix} v_1 = 0, v_2 = 6 \frac{m}{s} \\ m = 2 \text{ kg} \end{matrix}$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (36 - 0) \Rightarrow W_t = 36 \text{ J}$$

چون کار کل برابر مجموع کار نیروهای F، وزن و اصطکاک است، با محاسبه کار نیروهای وزن و اصطکاک، کار نیروی F را می یابیم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{15} = 0.6 \Rightarrow h = 9 \text{ m}$$

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 9 = 180 \text{ J}$$

$$W_{fk} = f_k \times d \times \cos \theta \quad \begin{matrix} \theta = 18^\circ \\ f_k = 36 \text{ N}, d = 15 \text{ m} \end{matrix}$$

$$W_{fk} = 36 \times 15 \times (-1) = -540 \text{ J}$$

$$W_t = W_F + W_{mg} + W_{fk} \Rightarrow 36 = W_F + 180 - 540$$

$$\Rightarrow W_F = 324 \text{ J}$$

با داشتن  $W_F$ ، اکنون می توان نیروی F را به دست آورد.

$$W_F = Fd \cos \theta \quad \begin{matrix} d = 15 \text{ m} \\ \theta = 6^\circ \end{matrix} \Rightarrow 324 = F \times 15 \times \cos 6^\circ$$

$$\cos 6^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow 324 = F \times 15 \times \frac{1}{2}$$

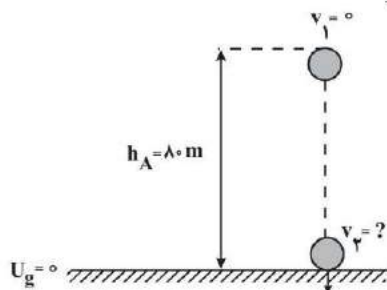
$$\Rightarrow F = 216 \text{ N}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۴ و ۷۲)

(میثم دشتیان)

### ۳۸- گزینه «۱»

با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی برای گلوله A می توان تسدی آن را در لحظه برخورد به زمین، به دست آورد. اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، می توان نوشت:



$$E_t = E_1 \Rightarrow K_t + U_t = K_1 + U_1$$

$$72 \times 10^3 = \frac{W_F}{\Delta} \Rightarrow W_F = 36 \times 10^3 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_t - K_1 \Rightarrow W_F + W_{fk} = K_t - K_1$$

$$W_F + W_{fk} = \frac{1}{2} m (v_t^2 - v_1^2)$$

$$\begin{matrix} m = 120 \text{ kg}, v_t = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s} \\ v_1 = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}, W_F = 36 \times 10^3 \text{ J} \end{matrix}$$

$$36 \times 10^3 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times 120 \times (20^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow W_{fk} = 18 \times 10^3 - 36 \times 10^3$$

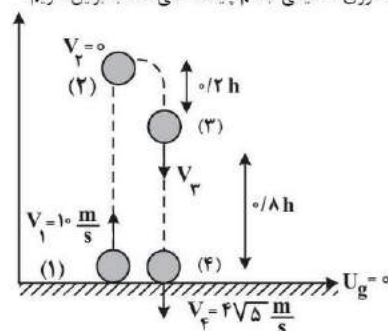
$$W_{fk} = -18 \times 10^3 \text{ J} \xrightarrow{\pm 1000} W_{fk} = -18 \text{ kJ}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(زهره آقامعمری)

### ۳۹- گزینه «۱»

ابتدا کار نیروی مقاومت هوا را محاسبه می کنیم. در این حالت، چون نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی ماند، بنابراین داریم:



$$W_t = E_t - E_1 \Rightarrow W_t = (K_t + U_t) - (K_1 + U_1)$$

$$\xrightarrow{U_t = U_1 = 0} W_t = K_t - K_1$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_t^2 - v_1^2) \quad \begin{matrix} v_t = 20 \sqrt{\Delta} \frac{m}{s} \\ v_1 = 10 \frac{m}{s}, m = 2 \text{ kg} \end{matrix}$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (400 - 100) \Rightarrow W_t = -150 \text{ J}$$

چون در مسیر رفت و برگشت  $W_t = -40 \text{ J}$  است، بنابراین در مسیر رفت کار نیروی مقاومت هوا برابر  $-20 \text{ J}$  می باشد. بنابراین برای مسیر رفت داریم:

$$W_t' = E_t - E_1 = U_t - K_1 \Rightarrow W_t' = mgh - \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$\Rightarrow -20 = 2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 \Rightarrow 180 = 20h \Rightarrow h = 9 \text{ m}$$

در مسیر برگشت از نقطه (۳) تا رسیدن به زمین داریم:

$$W_t'' = E_t - E_t \quad \begin{matrix} W_t'' = 0, W_t' = 0, \Delta x = (-20) \end{matrix}$$

$$0/20 \times (-20) = (U_t + K_t) - (U_t + K_t)$$

$$\Rightarrow -16 = 0 + \frac{1}{2} mv_t^2 - (mgh_t + \frac{1}{2} mv_1^2)$$

$$\Rightarrow -16 = \frac{1}{2} \times 2 \times 180 - (2 \times 10 \times 9 + \frac{1}{2} \times 2 \times 100)$$

$$\Rightarrow 6 \times 24 = 6H \Rightarrow H = 24 \text{ m}$$

اکنون، ارتفاع گلوله از سطح زمین را برای لحظه‌ای که انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی آن با هم برابر می‌شوند، می‌یابیم:

$$W_f' = E_p - E_p \Rightarrow f_D(H-h) \cos 180^\circ$$

$$= (K_p + U_p) - (K_p + U_p) \xrightarrow{U_p = K_p}$$

$$-f_D(H-h) = 2U_p - U_p \Rightarrow -f_D(H-h)$$

$$= 2mgh - mgH \xrightarrow{m = \frac{1}{2} \text{ kg}, H = 24 \text{ m}, f_D = 1 \text{ N}}$$

$$-1 \times (24-h) = 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 10 \times 24$$

$$\Rightarrow -24 + h = 10h - 120 \Rightarrow 96 = 9h \Rightarrow h = \frac{96}{9} = \frac{32}{3} \text{ m}$$

(کتاب: انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۲)

#### ۴۰ - گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی  $F$  برابر تغییر انرژی جنبشی جسم بین دو لحظه  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 12 \text{ s}$  است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t = 450 \text{ J}, m = 2 \text{ kg}}$$

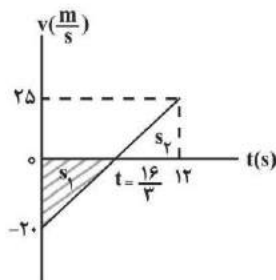
$$450 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_2 - v_1 = 5} 450$$

$$= 2 \times 5 \times (v_2 + v_1) \Rightarrow v_2 + v_1 = 45$$

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = 5 \\ v_2 + v_1 = 45 \end{cases} \Rightarrow 2v_2 = 50$$

$$\Rightarrow v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 45 - 25 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون با داشتن  $v_1$  و  $v_2$  و استفاده از نمودار سرعت - زمان، به‌صورت زیر مسافت طی شده را می‌یابیم. دقت کنید، ابتدا لحظه‌ای که  $v = 0$  می‌شود را می‌یابیم.



$$\frac{25}{20} = \frac{12-t}{t} \Rightarrow 240 - 20t = 25t$$

$$\Rightarrow 240 = 45t \Rightarrow t = \frac{16}{3} \text{ s}$$

$$\ell = |s_1| + s_2 \Rightarrow \ell = \frac{20 \times \frac{16}{3}}{2} + \frac{25 \times (12 - \frac{16}{3})}{2}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{160}{3} + \frac{250}{3} \Rightarrow \ell = \frac{410}{3} \text{ m}$$

(کتاب: انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۱)

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh_A \Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = gh_A$$

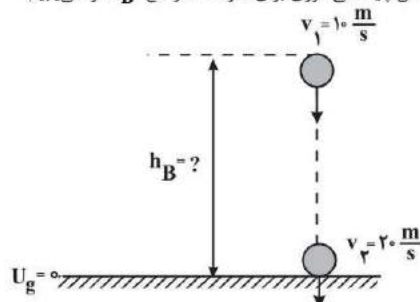
$$\xrightarrow{h_A = 80 \text{ m}} \frac{1}{2} v_1^2 = 10 \times 80 \Rightarrow v_1^2 = 1600 \Rightarrow v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چون دو گلوله با انرژی جنبشی یکسان به زمین برخورد می‌کنند، با مقایسه انرژی جنبشی آن‌ها تندی برخورد گلوله  $B$  با زمین را می‌یابیم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 \xrightarrow{K_B = K_A, m_B = 4m, m_A = m, v_A = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$1 = \frac{4m}{m} \times \left(\frac{v_B}{40}\right)^2 \Rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون با نوشتن پایستگی انرژی برای گلوله  $B$ ، ارتفاع  $h_B$  را می‌یابیم:



$$E_p = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$= \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2} v_2^2 = \frac{1}{2} v_1^2 + gh_B \xrightarrow{v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

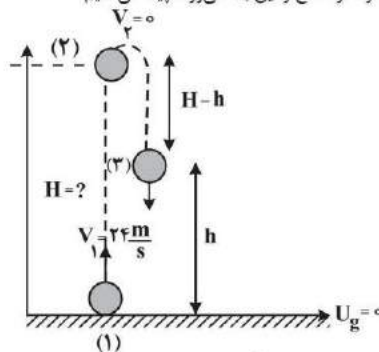
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (20)^2 = \frac{1}{2} \times (10)^2 + 10h_B \Rightarrow h_B = 15 \text{ m}$$

(کتاب: انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۰)

#### ۳۹ - گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

ابتدا، حداکثر ارتفاعی را که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود، پیدا می‌کنیم.



$$W_f = E_p - E_1 \Rightarrow W_f = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$\xrightarrow{W_f = f_D H \cos 180^\circ = -f_D H}$$

$$-f_D H = mgH - \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{m = 50 \times 10^{-3} \text{ kg}, v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, f_D = 1 \text{ N}}$$

$$-1 \times H = \frac{1}{2} \times 10 \times H - \frac{1}{2} \times 10 \times 24 \times 24$$



#### ۴۱- گزینه «۱»

(معمدهای ۳۳)

ابتدا جرم آب را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad V = 40L = 40 \times 10^{-3} m^3 \quad \rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow m = 40 \times 10^{-3} \times 1000 = 40 kg$$

$$\Rightarrow m = 40 kg$$

اکنون کار مفید انجام شده توسط پمپ را پیدا می‌کنیم و چون پمپ آب را از چاه

بالا می‌آورد و آن را با تندی  $1 \frac{m}{s}$  پرتاب می‌کند، کار انجام شده توسط پمپ برابر

مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی است.

$$W_{\text{مفید}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 \quad v = 1 \frac{m}{s}, m = 40 kg, h = 20 m$$

$$W_{\text{مفید}} = 40 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 40 \times 1 = 8000 J$$

در نهایت با محاسبه توان مفید پمپ و با داشتن توان کل آن، به صورت زیر بازده پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \quad t = \frac{5}{3} min = \frac{5}{3} \times 60 = 100 s$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{8000}{100} = 80 W$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{80}{200} \times 100 = 40\%$$

$$\Rightarrow Ra = 40\%$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

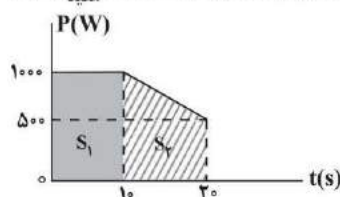
#### ۴۲- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم، مساحت سطح محصور بین نمودار  $P-t$  و محور زمان برابر کار مفید انجام شده است. بنابراین، ابتدا کار مفید را که برابر مساحت زیر نمودار است، می‌یابیم.

$$W_{\text{مفید}} = S_1 + S_2 \Rightarrow W_{\text{مفید}} = (10 \times 1000) + \left( \frac{500 + 1000}{2} \times 10 \right)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مفید}} = 10000 + 7500 = 17500 J$$



اکنون، توان مفید دستگاه را می‌یابیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{17500}{20} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 875 W$$

در نهایت بازده دستگاه برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{875}{1000} \times 100 = 87.5\%$$

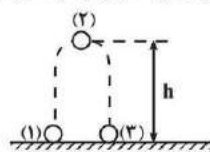
$$\Rightarrow Ra = 87.5\%$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

#### ۴۳- گزینه «۳»

(سیره مله میرزایی)

چون نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر پایسته نیست. بنابراین ابتدا به صورت زیر کار نیروی مقاومت هوا را در کل مسیر به دست می‌آوریم. برای نقاط (۱) و (۳) داریم: (نقطه پرتاب را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).



$$E_3 - E_1 = W_f \quad E = U + K$$

$$(U_3 + K_3) - (U_1 + K_1) = W_f$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \left(0 + \frac{1}{2}mv_3^2\right) - \left(0 + \frac{1}{2}mv_1^2\right) = W_f$$

$$v_1 = 4 \frac{m}{s}, m = 2 kg \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9} - 16 = W_f \Rightarrow W_f = \frac{-8 \times 16}{9}$$

برای محاسبه بیشترین ارتفاع، نقطه‌های (۱) و (۲) را در نظر می‌گیریم. دقت کنید، بین این دو نقطه، کار نیروی مقاومت هوا، نصف کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر است.

$$E_2 - E_1 = \frac{W_f}{2}$$

$$\Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = \frac{W_f}{2}$$

$$\Rightarrow (mgh + \frac{1}{2}mv_2^2) - \left(0 + \frac{1}{2}mv_1^2\right) = \frac{W_f}{2}$$

$$\Rightarrow (2 \times 10 \times h) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 16\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{-8 \times 16}{9}\right)$$

$$\Rightarrow 20h - 16 = \frac{-4 \times 16}{9} \Rightarrow 20h = 16 - \frac{4 \times 16}{9}$$

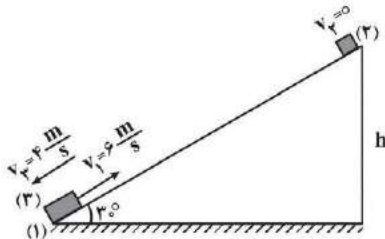
$$\Rightarrow 20h = \frac{5 \times 16}{9} \Rightarrow h = \frac{4}{9} m$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ و ۷۴)

#### ۴۴- گزینه «۳»

(مرتضی رحمان‌زاده)

چون تندی جسم در هنگام پرتاب و هنگام بازگشت به نقطه پرتاب با هم برابر نیست، لذا مسیر  $AB$  دارای اصطکاک است و تغییرات انرژی مکانیکی در مسیر رفت و برگشت، دو برابر کار نیروی اصطکاک در هر یک از این مسیرها خواهد بود. در این حالت داریم: (مبدأ پتانسیل گرانشی را نقطه ۱ در نظر می‌گیریم).



با توجه به رابطه کار نیروی ثابت، کار نیروی  $F_f$  را بر حسب کار کل به دست می آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{F_1} = F_1 d \cos \Delta \varphi \\ W_{F_f} = -F_f d \cos \phi \end{array} \right\} \rightarrow \frac{F_1 = 2F_f, W_{F_1} = 2W_f}{\cos \Delta \varphi = 0/6, \cos \phi = 0/5}$$

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_f}} = \frac{2W_f}{W_f} = \frac{2F_f \times d \times 0/6}{F_f \times d \times 0/5} \Rightarrow \frac{-5}{6} W_t = W_{F_f}$$

اکنون مطابق رابطه کار کل، کار نیروی اصطکاک را بر حسب کار کل به دست می آوریم:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_f} + W_f \Rightarrow \frac{W_{F_f} = -5}{W_{F_1} = 2W_t} W_t$$

$$W_f = W_t - 2W_t + \frac{5}{6} W_t = \frac{-W_t}{6}$$

اکنون نسبت  $\frac{|\vec{F}_f|}{|\vec{F}|}$  را به دست می آوریم:

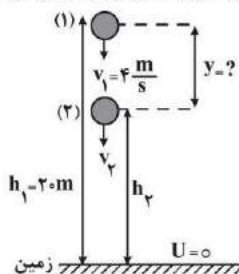
$$\frac{W_{F_f}}{W_f} = \frac{-F_f \times d \times \cos \phi}{-f \times d} \Rightarrow \frac{-5}{6} \frac{W_t}{-1}{-1}{W_t} = \frac{1}{2} \frac{F_f}{f} \Rightarrow \frac{F_f}{f} = 10$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

#### ۴۷ - گزینه «۱»

(معمود سوزی)

چون نیروی اصطکاک و مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته است. بنابراین، باتوجه به شکل مقابل و طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \xrightarrow{E=U+K} U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\xrightarrow{K_2 = 6K_1} U_1 + K_1 = U_2 + 6K_1$$

$$\Rightarrow U_1 = U_2 + 5K_1 \xrightarrow{\begin{array}{l} U=mgh \\ K=\frac{1}{2}mv^2 \end{array}}$$

$$mgh_1 = mgh_2 + 5\left(\frac{1}{2}mv_2^2\right)$$

$$\frac{v_1 = 0}{g = 10 \frac{m}{s^2}}, h_1 = 20m \rightarrow 10 \times 20 = 10h_2 + 5 \times \frac{1}{2} \times 16$$

$$\Rightarrow 200 = 10h_2 + 40 \Rightarrow h_2 = 16m$$

با داشتن  $h_1$  و  $h_2$ ، تغییر ارتفاع را به دست می آوریم:

$$y = h_2 - h_1 = 16 - 20 \Rightarrow y = -4m$$

یعنی بعد از  $4m$  پایین رفتن گلوله، انرژی جنبشی آن ۶ برابر مقدار اولیه‌اش می‌شود.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

$$E_2 - E_1 = 2W_f \xrightarrow{E=U+K} (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = 2W_f$$

$$\xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 2W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m \times 16 - \frac{1}{2}m \times 4 = 2W_f \Rightarrow 6m - 2m = 2W_f$$

$$\Rightarrow 4m = 2W_f \Rightarrow W_f = 2m$$

اکنون تغییرات انرژی مکانیکی برای نقاط (۱) و (۲) را برابر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB قرار می‌دهیم و طول مسیر AB را می‌یابیم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_f$$

$$\xrightarrow{U=mgh} mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -\Delta m$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times h - \frac{1}{2}m \times 4 = -\Delta m$$

$$\Rightarrow 10mh = 2m \Rightarrow h = 0.2m$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{L_{AB}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0.2}{L_{AB}} \Rightarrow L_{AB} = 0.4m$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

#### ۴۵ - گزینه «۲»

(معمود مشغوری)

ابتدا جابه‌جایی جسم در بازه زمانی مورد نظر را با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت می‌یابیم. به همین منظور سرعت جسم در لحظه‌های  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 2s$  را پیدا می‌کنیم و سپس از رابطه مستقل از شتاب  $(\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t)$  استفاده می‌کنیم:

$$v = \Delta t - 3 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = 1 - 3 = -2 \frac{m}{s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 2 - 3 = -1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-2 + (-1)}{2} \times 1 = -1.5m$$

اکنون کار نیروی  $F$  را محاسبه می‌کنیم:

$$W_F = F d \cos \theta$$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} F=40N, \theta=60^\circ \\ d=4/5m \end{array}} W_F = 40 \times 4/5 \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow W_F = 40 \times 4/5 \times \frac{1}{2} = 16J$$

در نهایت به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{fk} = K_2 - K_1$$

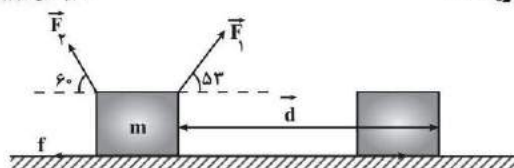
$$\Rightarrow W_F + W_{fk} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{\begin{array}{l} v_2 = -1 \frac{m}{s}, v_1 = -2 \frac{m}{s} \\ m=2kg, W_F=16J \end{array}}$$

$$16 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times 2 \times (1 - 4) \Rightarrow 16 + W_{fk} = -3$$

$$\Rightarrow W_{fk} = -19J \Rightarrow |W_{fk}| = 19J$$

#### ۴۶ - گزینه «۱»

(امپدیمین برادران)



#### ۴۸ - گزینه «۴»

(متمم‌پرواز سورپس)

ابتدا با داشتن توان متوسط و مدت زمان آن، با استفاده از رابطه  $\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$ ، کار نیروی موتور خودرو را به دست می آوریم:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \bar{P} \Delta t = \frac{\bar{P} = 27 \times 10^3 \text{ W}}{\Delta t = 15 \text{ s}}$$

$$W = 27 \times 10^3 \times 15 = 405 \times 10^3 \text{ J}$$

چون در این جابه جایی، کار نیروی موتور خودرو، صرف تغییر انرژی جنبشی آن می شود، طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{W_t = W}{\Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)}$$

$$W = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow \frac{W = 405 \times 10^3 \text{ J}}{m = 900 \text{ kg}, v_i = 0}$$

$$405 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 900 \times (v_f^2 - 0) \Rightarrow v_f = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{m}{s} = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow v_f = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، ۱، صفحه های ۷۳ و ۷۴)

#### ۴۹ - گزینه «۲»

(متمم‌پرواز سورپس)

در این جابه جایی، دو نیروی وزن ( $mg$ ) و نیروی شخص ( $\vec{F}$ ) به جسم وارد می شوند. بنابراین کار کل، برابر جمع جبری کار این دو نیرو است. از طرف دیگر، چون نیروی وزن در خلاف جهت جابه جایی و نیروی شخص در جهت جابه جایی توپ است، لذا کار نیروی وزن منفی و کار نیروی شخص مثبت است. بنابراین داریم:

$$W_t = W_{mg} + W_F \xrightarrow{W_{mg} = -mgh} W_t = -mgh + W_F$$

$$\frac{m = 1/5 \text{ kg}, h = 12 \text{ m}}{W_F = 122 \text{ J}} \rightarrow W_t = -1/5 \times 10 \times 12 + 122$$

$$\Rightarrow W_t = 12 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی تندی پرتاب را به دست می آوریم:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K_i = \frac{1}{2} m v_i^2} W_t = \frac{1}{2} m v_f^2 \xrightarrow{W_t = 12 \text{ J}} \frac{W_t = 12 \text{ J}}{m = 1/5 \text{ kg}}$$

$$12 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times v_f^2 \Rightarrow v_f^2 = 120 \Rightarrow v_f = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، ۱، صفحه های ۵۹ و ۶۳)

#### ۵۰ - گزینه «۳»

(غلامرضا مهری)

می دانیم اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم، انرژی مکانیکی همواره ثابت می ماند بنابراین ابتدا انرژی مکانیکی گلوله را می یابیم:

$$E = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_1 = 2 \text{ m}}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 2 \times 10 \times 2 \Rightarrow E = 44 \text{ J}$$

از طرف دیگر، می دانیم حاصل ضرب  $U \times K$  در مکانی بیشینه است که  $U = K$  باشد، بنابراین در مکانی که  $U = K$  می شود، تندی گلوله برابر است با:

$$E = U_f + K_f \xrightarrow{U_f = K_f} E = K_f + K_f = 2K_f$$

$$\Rightarrow E = 2 \times \frac{1}{2} m v_f^2 \xrightarrow{E = 44 \text{ J}, m = 2 \text{ kg}}$$

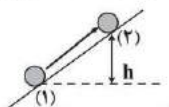
$$2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times v_f^2 = 44 \Rightarrow v_f^2 = 22 \Rightarrow v_f = \sqrt{22} \Rightarrow v_f = 4\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(کار و انرژی و توان) (فیزیک، ۱، صفحه های ۶۸ و ۷۰)

#### ۵۱ - گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:  $W_t = \Delta K \Rightarrow W_f + W_{mg} = \Delta K$



چون جسم بالا می رود کار نیروی وزن منفی است، از طرف دیگر، چون نیروی اصطکاک باعث اتلاف انرژی است، لذا  $W_f$  نیز منفی است. بنابراین می توان نوشت:

$$W_f + W_{mg} = \Delta K \xrightarrow{W_f = \frac{1}{4} W_{mg}}$$

$$\frac{1}{4} W_{mg} + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow \Delta K = \frac{5}{4} W_{mg}$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} \Delta K = -\frac{5}{4} \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta U}{\Delta K} = -\frac{4}{5}$$

توجه داریم که، در این جابه جایی انرژی جنبشی کاهش ( $\Delta K < 0$ ) و انرژی پتانسیل

گرانشی افزایش می یابد. ( $\Delta U > 0$ )، بنابراین نسبت  $\frac{\Delta U}{\Delta K} < 0$  است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، ۱، صفحه های ۶۸ و ۷۲)

#### ۵۲ - گزینه «۳»

(امیرحسین بزازیان)

ابتدا با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی مقاومت هوا را از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به نقطه اوج به دست می آوریم. دقت کنید، هنگام بالا رفتن گلوله کار نیروی وزن آن منفی است.



$$\Delta P = S \frac{\Delta P = m(v_f - v_i)}{v_f - v_i} \rightarrow m(v_f - v_i) = \frac{6 \times 14}{v_f - v_i} \frac{m = 1/\Delta \text{kg}}{v_i = -\lambda \frac{m}{s}}$$

$$1/\Delta \times (v_f - (-\lambda)) = 42 \Rightarrow 1/\Delta \times (v_f + \lambda) = 42 \Rightarrow v_f = 2 \cdot \frac{m}{s}$$

اکنون، با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی خالص وارد بر جسم را در بازه زمانی صفر تا ۱۴s پیدا می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{m=1/\Delta \text{kg}, v_f=2 \cdot \frac{m}{s}, v_i=-\lambda \frac{m}{s}}$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 1/\Delta \times (400 - 64) \Rightarrow W_t = 252 \text{ J}$$

در آخر، توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_t}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=14-0=14 \text{ s}, W_t=252 \text{ J}} \bar{P} = \frac{252}{14} \Rightarrow \bar{P} = 18 \text{ W}$$

(تقریباً) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ و ۶۳، ۶۴ و ۷۳ و ۷۴)

(امیرحسین پراذران)

### ۵۴- گزینه «۲»

چون بار با تندی ثابت بالا می‌رود، بنابراین نیروی وارد بر آن از طرف بالابر برابر با وزن بار است. اگر بار در مدت زمان  $t$  بالا برود توان مفید بالابر برابر است با:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mgh}{t} \xrightarrow{v=\frac{h}{t}} P_{\text{مفید}} = mgv$$

$$\xrightarrow{m=150 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \frac{P_{\text{مفید}}}{\text{مصرفی}} = R \times P \xrightarrow{0.75 \times 500 = 150 \times 10 \times v}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(امیرحسین پراذران)

### ۵۵- گزینه «۲»

$$\begin{cases} E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + K_1 \\ E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + K_2 \end{cases}$$

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

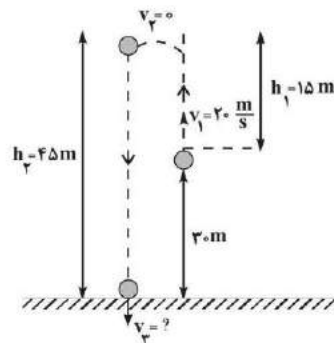
$$U_2 = 2K_2, E_1 = E_2$$

$$(m \times 10 \times 10) + \left(\frac{1}{2} \times m \times 5^2\right) = (m \times 10 \times h_2) + \left(\frac{1}{2} \times m \times 10 \times h_2\right)$$

$$\Rightarrow 12/\Delta h_2 = 112/\Delta$$

$$\Rightarrow h_2 = 9 \text{ m}$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)



$$\Delta K = W_t \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_f} \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = W_{mg} + W_f$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -mgh_1} \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = -mgh_1 + W_f$$

$$\xrightarrow{m=500 \text{ g}=0.5 \text{ kg}, h_1=15 \text{ m}} \xrightarrow{v_i=2 \cdot \frac{m}{s}, v_f=0}$$

$$\frac{1}{2} \times 0.5 \times (0 - 400) = -0.5 \times 10 \times 15 + W_f \Rightarrow W_f = -25 \text{ J}$$

با توجه به این که نیروی مقاومت هوا در طول مسیر حرکت ثابت است، قضیه کار و انرژی جنبشی را از نقطه لوج تا لحظه رسیدن به زمین می‌نویسیم و تندی گلوله را در لحظه برخورد با زمین، می‌یابیم. دقت کنید، در هنگام پایین آمدن گلوله کار نیروی وزن مثبت است. در ضمن چون برای مسیر  $h_1 = 15 \text{ m}$  کار نیروی مقاومت هوا برابر  $W_f = -25 \text{ J}$  است. برای مسیر  $h_2 = 4 \text{ m}$  کار این نیرو سه برابر آن، یعنی  $W_f' = 3 \times (-25) = -75 \text{ J}$  می‌باشد که با یک تناسب ساده به دست می‌آید.

$$\Delta K' = W_t' \xrightarrow{W_t' = W_{mg}' + W_f'} \frac{\Delta K' = \frac{1}{2} m(v_f'^2 - v_i'^2)}{W_t' = W_{mg}' + W_f'}$$

$$\frac{1}{2} m(v_f'^2 - v_i'^2) = W_{mg}' + W_f' \xrightarrow{W_{mg}' = mgh_2, v_i' = 0}$$

$$\frac{1}{2} m v_f'^2 = mgh_2 + W_f' \xrightarrow{W_f' = -75 \text{ J}, m=0.5 \text{ kg}, h_2=4 \text{ m}}$$

$$\frac{1}{2} \times 0.5 \times v_f'^2 = 0.5 \times 10 \times 4 - 75 \Rightarrow \frac{1}{2} v_f'^2 = 150$$

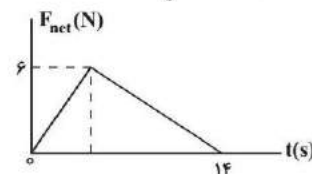
$$\Rightarrow v_f'^2 = 300 = 100 \times 3 \Rightarrow v_f' = \sqrt{100 \times 3} \Rightarrow v_f' = 10\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(کلر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ و ۷۲)

(امیرحسین پراذران)

### ۵۳- گزینه «۱»

می‌دانیم، سطح محصور بین نمودار نیرو-زمان و محور زمان برابر تغییر تکلنه است، بنابراین ابتدا، با استفاده از مساحت سطح محصور، تغییر تکلنه جسم را می‌یابیم و به دنبال آن، تندی آن را در لحظه  $t = 14 \text{ s}$  پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون در مبدأ زمان جسم در خلاف جهت محور حرکت کرده است،  $v_1 = -\lambda \frac{m}{s}$  می‌باشد.



## ۵۶ - گزینه ۱»

(امیرحسین برادران)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست - در حرکت یکنواخت تندی حرکت همواره ثابت است، بنابراین مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی کار برابند نیروهای وارد بر آن در هر بازه زمانی دلخواه برابر صفر است.

ب) درست - اگر در یک بازه زمانی کار برابند نیروهای وارد بر یک جسم مخالف صفر باشد، مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، الزاماً سرعت جسم در ابتدا و انتهای این بازه زمانی یکسان نیست، پس الزاماً نوع حرکت جسم در این بازه زمانی شتابدار است.

پ) نادرست - در حرکت شتابدار بر روی خط راست اگر نوع حرکت در ابتدا کندشونده و سپس تندشونده باشد، در بازه‌های زمانی که در مسیر رفت و برگشت تندی متحرک در ابتدا و انتهای بازه زمانی یکسان است، کار برابند برابر صفر است.

(تکلیبی) (فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۸) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

## ۵۸ - گزینه ۲»

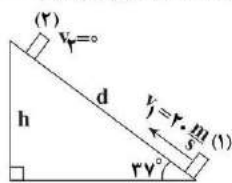
(ناصر فوارزمی)

چون انرژی به صورت گرما تلف می‌شود، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی‌ماند و تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است. بنابراین با توجه به این که در نقطه شروع، جسم فقط انرژی جنبشی ( $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ) و در انتهای مسیر فقط انرژی پتانسیل گرانشی ( $E_2 = mgh$ ) دارد، به صورت زیر، حداکثر مسافت را می‌یابیم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{\mu}{100} \left( \frac{1}{2}mv_1^2 \right) d$$

$$\Rightarrow 10 \cdot h - \frac{1}{2} \times 20^2 = -\frac{\mu}{100} \times \frac{1}{2} \times 20^2 \times d \Rightarrow 10 \cdot h - 200 = -\mu d$$

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = 0.6d \Rightarrow 10 \times 0.6d - 200 = -\mu d \Rightarrow d = 20 \text{ m}$$



(کار و انرژی) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۹۳ تا ۷۲)

## ۵۷ - گزینه ۲»

(امیرحسین برادران)

بنا به رابطه  $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$ ، برای محاسبه  $W_t$  باید سرعت متحرک در لحظه‌های  $t_1 = 0$  و  $t_2 = 4s$  را داشته باشیم. چون در لحظه  $t_2 = 4s$ ، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان که معرف سرعت است، برابر صفر می‌باشد، لذا سرعت در این لحظه صفر می‌باشد. برای محاسبه سرعت در لحظه  $t_1 = 0$ ، از رابطه شتاب متوسط استفاده می‌کنیم. در این حالت می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{v_{fs} - v_0}{\Delta t} = \frac{v_{fs} - 0}{\Delta t} = \frac{v_{fs}}{\Delta t} \Rightarrow v_{fs} = a_{av} \Delta t = 2 \times 5 = 10 \text{ m/s}$$

بنابراین، کار برابند نیروها برابر است با:

$$W_t = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \times 5 \times (10^2 - 0^2) = 250 \text{ J}$$

(تکلیبی) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

(فیزیک ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

## ۵۹ - گزینه ۱»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از تعریف کار داریم:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$\begin{cases} W_A = F_A d_A \\ W_B = \frac{\sqrt{2}}{2} F_B d_B \\ W_C = \frac{1}{2} F_C d_C \end{cases}$$

$$\frac{F_A = F_B = F_C}{d_A = d_B = d_C} \Rightarrow W_A > W_B > W_C$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

## ۶۰- گزینه «۲»

(غلامرضا مهبی)

با استفاده از رابطه مربوط به محاسبه انرژی جنبشی، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_2 = 4K_1}{v_2 = v_1 + \frac{m}{s}} \Rightarrow 4 = \left(\frac{v_1 + \frac{m}{s}}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{v_1 + \frac{m}{s}}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{m}{s}$$

بنابراین، انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{m=2\text{kg}}{2} \times \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 1\text{J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ و ۹۴)

## ۶۱- گزینه «۱»

(حسن اسحاق زاده)

در حین سقوط جسم، دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر آن وارد می‌شود. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow mgh \cos 0 + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \quad \frac{h=30\text{m}, v=20\frac{\text{m}}{\text{s}}}{W_{fD}=-30\text{J}}$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 30 \times 1 + (-30) = \frac{1}{2}m(20^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 300m - 30 = 200m \Rightarrow 100m = 30 \Rightarrow m = 0.3\text{kg}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۴ و ۹۳)

## ۶۲- گزینه «۴»

(رضا میرزایی)

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = K_f - \frac{1}{2}mv_i^2, v_i = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72}{3.6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow W_t = 150000 - \frac{1}{2} \times 1000 \times 20^2 \Rightarrow W_t = -50000\text{J}$$

چون در یک جابه‌جایی افقی، کار نیروی افقی منفی شده است، بنابراین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه  $\theta = 180^\circ$  است. با استفاده از تعریف کار یک نیرو، می‌توان نوشت:

$$W_f = W_t = Fd \cos 180^\circ = -50000 \Rightarrow F \times 20 = 50000 \Rightarrow F = 2500\text{N}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ و ۹۳)

## ۶۳- گزینه «۴»

(محمدرضا عباسی)

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{r_0} \Rightarrow h = 12\text{m}$$

ابتدا کار نیروی وزن بر روی جسم را به دست می‌آوریم: (چون حرکت جسم رو به پایین است، کار نیروی وزن مثبت است.)

$$W_{mg} = +mgh = +2 \times (10) \times (12) = 240\text{J}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = W_{mg} + W_{N'} + W_{fk} = \Delta K$$

$$240 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times (2) \times (12^2 - 5^2) = 144$$

$$W_{fk} = 144 - 240 = -96\text{J} \Rightarrow |W_{fk}| = 96\text{J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۳ و ۷۳)

## ۶۴- گزینه «۴»

(سعید شرق)

با توجه به این که تمام انرژی ناشی از سوخت صرف افزایش انرژی جنبشی خودرو می‌شود، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow \frac{W_t}{W_t} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{v_f^2 - v_i^2} = \frac{4v^2 - v^2}{v^2 - 0} = 3$$

چون در حالت اول سوخت مصرف می‌شود، در حالت دوم سه برابر یعنی  $0.3L$  سوخت مصرف خواهد شد.

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ و ۹۴)

## ۶۵- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

اگر زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و C، ارتفاع C را نسبت به زمین می‌یابیم:

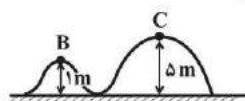
$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \quad \frac{v_A=0, v_C=20\frac{\text{m}}{\text{s}}}{h_A=25\text{m}}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 0 + m \times 10 \times 25 = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 + m \times 10 \times h_C$$

$$\Rightarrow h_C = 5\text{m}$$

حال بین دو نقطه B و C داریم:



مبدأ انرژی پتانسیل

$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = mg(h_C - h_B)$$

$$\frac{m=2\text{kg}}{h_C=5\text{m}, h_B=1\text{m}} \Rightarrow \Delta U_{BC} = 2 \times 10 \times (5 - 1) \Rightarrow \Delta U_{BC} = 80\text{J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ و ۷۰)

## ۶۶- گزینه «۲»

(امیرمیران)

چون جسم در ابتدا با تندی ثابت در حال حرکت است، بنابراین کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است، با وارد شدن نیروی  $F_f$ ، مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، بین دو لحظه  $t_1$  تا  $t_f$  داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{W_t = W_{F_f} + W_{F_1} + W_f}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \Rightarrow W_{F_f} + W_{F_1} + W_f$$

$$= \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \quad \frac{W_{F_1} + W_f = 0, W_{F_f} = F_1 d, m = 50\text{kg}}{W_{F_f} = -2F_1 d, v_f = 6\frac{\text{m}}{\text{s}}, v_i = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$-2F_1 d = \frac{1}{2} \times 50 \times (36 - 100)$$

$$\Rightarrow -2W_{F_1} = -\frac{1}{2} \times 50 \times 64 = -1600 \Rightarrow W_{F_1} = 800\text{J}$$

$$\frac{W_f = -W_{F_1}}{W_f = -800\text{J}}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۸ و ۷۳)



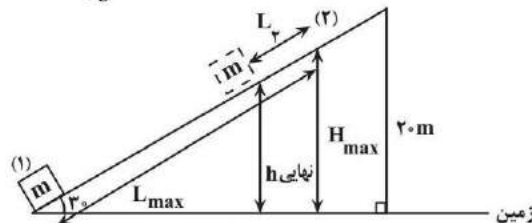
## ۶۷ - گزینه «۲»

(لمبرسون برادران)

ابتدا حداکثر ارتفاع جسم از سطح زمین را به دست می آوریم:

$$K_1 = U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgH \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\frac{v_0 = 18 \frac{m}{s}}{g = 10 \frac{m}{s^2}} \rightarrow H_{max} = \frac{18^2}{2 \times 10} = 16.2m$$



اکنون حداکثر مسافت طی شده حین بالا رفتن جسم از سطح شیبدار را به دست می آوریم:

$$\sin \theta_0 = \frac{H_{max}}{L_{max}} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow L_{max} = 32.4m$$

بنابراین مسافتی که جسم حین پایین آمدن طی می کند برابر است با:

$$L_2 = 48 - 32.4 = 15.6m$$

اکنون ارتفاع جسم از سطح زمین را در نقطه مورد نظر به دست می آوریم:

$$h_{نهایی} = 16.2 - (15.6 \times \sin 30^\circ) = 8.1m$$

$$\frac{K}{U} = \frac{U_{max} - U}{U} \Rightarrow \frac{U_{max} = mgH_{max}}{U = mgh} \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{H_{max} - h}{h}$$

$$\frac{H_{max} = 16.2m}{h = 8.1m} \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{16.2 - 8.1}{8.1} = \frac{7.1}{8.1} \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{13}{14}$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۷)

## ۶۸ - گزینه «۲»

(لمبرسون برادران)

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی کار برابند نیروهای وارد بر یک جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است. چون نمودار سرعت - زمان به صورت خط راست است،

بنابراین معادله آن عبارت است از:  $v = at$  و  $\Delta K = W_t$

$$\Rightarrow \frac{\Delta K'}{\Delta K} = \frac{W_t'}{W_t} \Rightarrow \frac{W_t' = \frac{1}{2}m(v_f'^2 - v_i'^2)}{W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \Rightarrow \frac{W_t'}{W_t} = \frac{v_f'^2 - v_i'^2}{v_f^2 - v_i^2}$$

$$\frac{v = at, t_f = 0}{t_f = 4s, t_i = 2s} \Rightarrow \frac{W_t'}{W_t} = \frac{16a^2 - 4a^2}{4a^2 - 0} = \frac{12a^2}{4a^2} = 3$$

$$\frac{W_t'}{W_t} = \frac{1}{3}$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

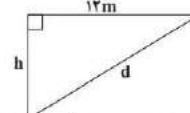
## ۶۹ - گزینه «۱»

(معمدها سین تزاری)

ابتدا ارتفاعی که آجر از سطح زمین دارد را محاسبه می کنیم:

$$d^2 = h^2 + 12^2 \Rightarrow 15^2 - 12^2 = h^2 \Rightarrow h^2 = 225 - 144 = 81$$

$$\Rightarrow h = 9m$$



چون نیروی وزن رو به پایین است، این نیرو در جابه جایی افقی آجرکاری انجام

نمی دهد. مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:  $W_{شخص} + W_{mg} = \Delta K$

$$\frac{W_{mg} = -mg\Delta y}{\Delta y = h = 9m} \rightarrow W_{شخص} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 10 \times 9 \Rightarrow W_{شخص} = 25 + 180 = 205J$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۹، ۹۰ و ۹۳ تا ۹۸)

## ۷۰ - گزینه «۲»

(ممنون پیکان)

با توجه به قانون پایستگی انرژی چون انرژی جنبشی جسم کاهش یافته است، انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش یافته است. با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی از آن جا که مقاومت هوا ناچیز است، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \frac{K_2 = 0.8K_1}{U_2 = 1/4 U_1}$$

$$U_1 + K_1 = 1/4 U_1 + 0.8K_1$$

$$\Rightarrow 0.2K_1 = 0.4U_1 \Rightarrow \frac{U_1}{K_1} = \frac{0.2}{0.4} = \frac{1}{2}$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

## ۷۱ - گزینه «۴»

(ممنون اسحاق زاده)

ابتدا تغییر ارتفاع جسم در جابه جایی از نقطه A تا B را به دست می آوریم:

$$h = A'B' = OB - OA' = R - R \cos 30^\circ = R(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

بنابراین کار نیروی وزن جسم در این جابه جایی برابر است با:

$$W_{mgh} = mgh = mgR(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۵ و ۶۸ تا ۷۰)

## ۷۲ - گزینه «۱»

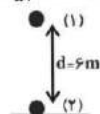
(سراسری ریاض - ۷۷)

می دانیم در اثر وجود نیروهای تلف کننده انرژی مکانیکی، تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر با کار این نیروها می باشد. بنابراین می توان نوشت:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = f_{av} \times d \times \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) = -f_{av} \times 6$$

$$\Rightarrow -40 + 25 = -f_{av} \times 6 \Rightarrow f_{av} = 2.5N$$

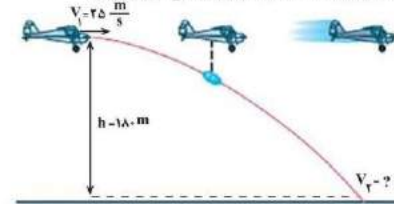


(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۳)

## ۷۳ - گزینه «۲»

(معمدها زاده)

چون بسته از هواپیمای در حال حرکت رها شده، در لحظه رها شدن سرعت هواپیما را داشته است. از طرف دیگر، چون تنها نیروی مؤثر نیروی وزن بسته است، یعنی از مقاومت هوا می توانیم صرف نظر کنیم. بنابراین با استفاده از اصل پایستگی انرژی داریم:



مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$E_1 = E_2 \Rightarrow E = K + U \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 25^2 + 10 \times 180 = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$\Rightarrow 625 + 3600 = v_f^2 \Rightarrow v_f = 65 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت بسته در لحظه برخورد بر خورود به زمین، ۶۵  $\frac{m}{s}$  بوده است.

(گزاره انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

## ۷۴ - گزینه «۴»

با توجه به رابطه بازده ( $\eta$ ) می توان نوشت:

$$\eta = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} = \frac{E_{\text{تلف شده}} + E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \rightarrow \eta = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{تلف شده}} + E_{\text{خروجی}}} \Rightarrow \eta \times E_{\text{خروجی}} + \eta \times E_{\text{تلف شده}} = E_{\text{خروجی}} \Rightarrow (100 - \eta) \times E_{\text{خروجی}} = E_{\text{تلف شده}} \Rightarrow \frac{E_{\text{تلف شده}}}{E_{\text{خروجی}}} = \frac{100 - \eta}{\eta}$$

(کتاب انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه ۷۳ و ۷۷)

## ۷۵ - گزینه «۱»

(معمود منشوری)

اگر مبدأ پتانسیل گرانشی را نقطه پرتاب گلوله فرض کنیم، در نقطه (۱) گلوله فقط دارای انرژی جنبشی و در نقطه (۲) که همان نقطه اوج گلوله است، فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی است. بنابراین، با توجه به این که ۴۰ درصد انرژی اولیه گلوله صرف غلبه بر نیروی مقاومت هوا می شود، به صورت زیر می یابیم:

$$\begin{aligned} & \text{در نقطه (۱): } v_1 = v, \quad U_1 = 0, \quad K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ & \text{در نقطه (۲): } v_2 = 0, \quad U_2 = mgh, \quad K_2 = 0 \\ & W_f = \frac{40}{100} E_1 = -\frac{4}{10} E_1 \Rightarrow E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow E_2 - E_1 = -\frac{4}{10} E_1 \Rightarrow E_2 = \frac{6}{10} E_1 \end{aligned}$$

$$E = U + K \Rightarrow (K_2 + U_2) = \frac{6}{10} (K_1 + U_1) \Rightarrow 0 + mgh = \frac{6}{10} \left( \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \right)$$

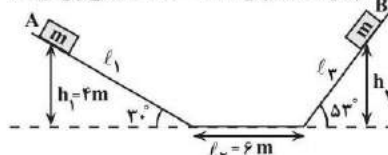
$$h = 3m, \quad g = 10 \frac{N}{kg} \rightarrow 10 \times 3 = \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

(کتاب انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه های ۶۸ و ۷۳)

## ۷۶ - گزینه «۳»

(امیرمسین برادران)

ابتدا ارتفاع بالا رفتن جسم روی سطح شیب دار دوم را به دست می آوریم. با توجه به این که کل مسافت پیموده شده برابر  $\ell = 22m$  است، می توان نوشت:



$$\begin{aligned} \ell_1 &= \frac{h_1}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8m \\ \ell &= \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \Rightarrow \ell_3 = 8m \\ \sin 53^\circ &= \frac{h_2}{\ell_3} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{h_2}{8} \Rightarrow h_2 = 4m \end{aligned}$$

چون نیروی اصطکاک وجود دارد، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی ماند. بنابراین برای دو نقطه A و B می توان نوشت:

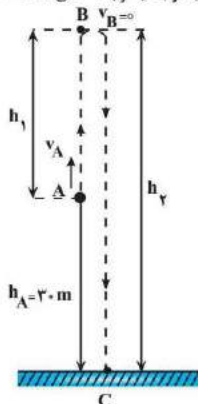
$$\begin{aligned} E_B - E_A &= W_{fk} \Rightarrow \frac{E_B = mgh_2}{E_A = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_A^2} \\ mgh_2 - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_A^2) &= W_{fk} \\ m = 200g = 0.2kg, \quad v_A = 10 \frac{m}{s} \\ h_1 = 4m, \quad h_2 = 6/4m \\ -(0.2 \times 10 \times 4 + \frac{1}{2} \times 0.2 \times 100) &= W_{fk} \\ \Rightarrow 12/8 - (4 + 10) &= W_{fk} \Rightarrow W_{fk} = -5/2J \end{aligned}$$

(کتاب انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه های ۶۸ و ۷۳)

## ۷۷ - گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

می دانیم، کار نیروی وزن گلوله در هنگام بالا رفتن آن، منفی و در هنگام پایین آمدن، مثبت است. بنابراین، با توجه به رابطه  $W = \pm mgh$  می توان نوشت:



$$\frac{W_{\text{بالا رفتن}}}{W_{\text{پایین آمدن}}} = \frac{-mgh_1}{mgh_2} \Rightarrow \frac{W_{\text{بالا رفتن}}}{W_{\text{پایین آمدن}}} = -\frac{h_1}{h_2} \quad (1)$$

اکنون  $h_1$  و  $h_2$  را می یابیم. چون مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی پایسته می ماند. بنابراین برای دو نقطه A و B می توان نوشت (سطح زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانش در نظر می گیریم):

$$\begin{aligned} E_B &= E_A \Rightarrow \frac{E_A = U_A + K_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2}{E_B = K_B + U_B = 0 + mgh_B = mgh_B} \\ mgh_B &= mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow gh_B = gh_A + \frac{v_A^2}{2} \\ \frac{v_A = 20 \frac{m}{s}}{h_A = 30m} \rightarrow 10h_2 &= 10 \times 30 + \frac{400}{2} \Rightarrow 10h_2 = 500 \\ \Rightarrow h_2 &= 50m, \quad h_2 = h_A + h_1 \Rightarrow 50 = 30 + h_1 \Rightarrow h_1 = 20m \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{W_{\text{بالا رفتن}}}{W_{\text{پایین آمدن}}} = -\frac{20}{50} = -\frac{2}{5}$$

(کتاب انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه های ۶۸ و ۷۱)



## ۷۸ - گزینه ۱»

(میرسیم برابری)

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است. بنابراین، با استفاده از رابطه  $P = \frac{W}{\Delta t}$  و قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$P_F = \frac{W_F}{\Delta t} \quad P_F = 40W \quad \Delta t = 4s \rightarrow 40 = \frac{W_F}{4} \Rightarrow W_F = 160J$$

$$W_t = \Delta K = \frac{W_t = W_F + W_{fk}}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \rightarrow W_F + W_{fk} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\frac{v_f = 8 \frac{m}{s}, v_i = 1 \frac{m}{s}}{m = 2/5 kg, W_F = 160J} \rightarrow 160 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times 2/5 \times (64 - 1)$$

$$\Rightarrow 160 + W_{fk} = 75 \Rightarrow W_{fk} = -85J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳ و ۷۷)

## ۷۹ - گزینه ۴»

(معدی برانی)

ابتدا توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم. بنابراین با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_{\text{پمپ}} + W_{mg} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = \Delta K - W_{mg} \xrightarrow{W_{mg} = -mgh}$$

$$W_{\text{پمپ}} = \Delta K + mgh \quad (1)$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} \xrightarrow{(1)} P_{\text{مفید}} = \frac{\Delta K + mgh}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2 + mgh}{\Delta t}$$

$$\frac{m = 2000 kg, \Delta t = 60s}{h = 10m, v = 20 \frac{m}{s}} \rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2000 \times (20)^2 + 2000 \times 10 \times 10}{60}$$

$$= 10000W \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 10KW$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \quad P_{\text{کل}} = 12/5 KW \rightarrow Ra = \frac{10}{12/5} \times 100 \Rightarrow Ra = 80\%$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳ و ۷۷)

## ۸۰ - گزینه ۲»

(غلامرضا موی)

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط این شخص ( $W'$ ) را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta K = W_t \quad \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \quad W_t = W_{mg} + W' \xrightarrow{W_{mg} = -mgh}$$

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = W_{mg} + W' \xrightarrow{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = -mgh + W'}$$

$$\frac{v_i = 0, v_f = 10 \frac{m}{s}, g = 10 \frac{N}{kg}}{h = 100 cm = 1m, m = 40 kg} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{10} \times (100 - 0) = -\frac{4}{10} \times 10 \times 1 + W' \Rightarrow 20 = -4 + W' \Rightarrow W' = 24J$$

در ادامه به کمک رابطه متوسط داریم:

$$P = \frac{W'}{t} = \frac{W = 24J}{t = 3s} \rightarrow P = \frac{24}{3} = 8W$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ و ۷۳)

## ۸۱ - گزینه ۱»

(پوریا علاقه‌مند)

چون مقاومت هوا وجود ندارد، انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند. بنابراین داریم (سطح زمین را به‌عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم):

$$(A \text{ جسم}) \Rightarrow E_{rA} = E_{1A} \Rightarrow K_{rA} + U_{rA} = K_{1A} + U_{1A}$$

$$\xrightarrow{U_{rA} = 0} K_{rA} + 0 = \frac{1}{2}m_A v_1^2 + m_A g h_1$$

$$\frac{m_A = 2m, v_1 = 10 \frac{m}{s}}{h_{1A} = \Delta m} \rightarrow K_{rA} = \frac{1}{2} \times 2m \times 10^2 + 2m \times 10 \times 5$$

$$\Rightarrow K_{rA} = 100m + 100m = 200m$$

$$(B \text{ جسم}) \Rightarrow E_{1B} = E_{rB} \Rightarrow U_{1B} + K_{1B} = U_{rB} + K_{rB}$$

$$\xrightarrow{\frac{K_{1B} = 0}{U_{rB} = 0}} m_B g h_{1B} + 0 = 0 + K_{rB}$$

$$K_{rB} = m_B g h_{1B} \xrightarrow{m_B = 4m, h_{1B} = 20m} K_{rB} = 4m \times 10 \times 20 = 800m$$

$$\frac{K_{rB} = 800m}{K_{rA} = 200m} = 4$$

در آخر داریم:

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ و ۷۰)

## ۸۲ - گزینه ۴»

(معدی گویانلو)

در سؤال بیان شده، چند درصد انرژی مفید خروجی از نیروگاه، به لامپ می‌رسد. بنابراین بازده نیروگاه مهم نیست. همچنین بیان کرده که چند درصد به لامپ می‌رسد نه این که در لامپ مصرف می‌شود؛ بنابراین، بازده لامپ هم مهم نیست. می‌بینیم تنها بازده خطوط انتقال توان الکتریکی مهم است، که آن هم ۴۰ درصد است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳، ۷۴ و ۷۵)

## ۸۳ - گزینه ۳»

(پوریا علاقه‌مند)

راه حل اول: ابتدا با استفاده از رابطه انرژی جنبشی، تندی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_r}{K_1} = \frac{m_r}{m_1} \times \left(\frac{v_r}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{v_r = v_1 + 20, K_r = 36K_1, m_1 = m_r}$$

$$\frac{36K_1}{K_1} = 1 \times \left(\frac{v_1 + 20}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 36 = \left(\frac{v_1 + 20}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 6 = \frac{v_1 + 20}{v_1}$$

$$\Rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}, v_r = v_1 + 20 = 4 + 20 \Rightarrow v_r = 24 \frac{m}{s}$$

اکنون، با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی و رابطه توان داریم:

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} \quad W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)}{\Delta t}$$

$$\frac{m = 10 kg}{\Delta t = 56s} \rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \times 10 \times (576 - 16)}{56} \Rightarrow P = 50W$$

راه حل دوم:

$$W_t = \Delta K = \frac{K_r - K_1}{K_r = 36K_1} \rightarrow W_t = 35K_1 \xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2}$$

$$W_t = 35 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 35 \times 80 = 2800W$$

$$\Rightarrow P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{2800}{56} = 50W$$

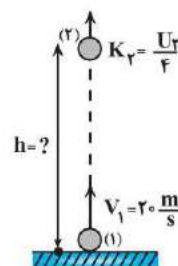
(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ و ۷۳)



### ۸۴ - گزینه «۱»

(سیر علی میری)

چون نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی گلوله پایسته نمی‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:



$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} E = U + K$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = -f_k d \xrightarrow{d=h, K_2 = \frac{U_2}{F}, f_k = \frac{mg}{F}} (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = -f_k d$$

$$(U_2 + \frac{U_2}{F}) - (0 + \frac{1}{2} m v_1^2) = -\frac{mg}{F} \times h$$

$$\Rightarrow \frac{5}{F} U_2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -\frac{1}{2} m g h$$

$$\xrightarrow{U_2 = m g h} \frac{5}{F} m g h - \frac{1}{2} m v_1^2 = -\frac{1}{2} m g h \Rightarrow \frac{6}{F} m g h = \frac{1}{2} m v_1^2$$

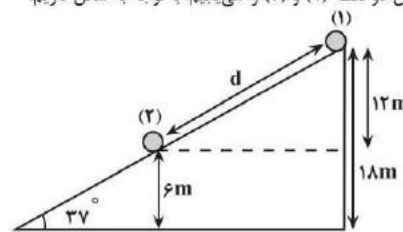
$$\xrightarrow{v_1 = 20 \frac{m}{s}} \frac{6}{F} \times 10 \times h = \frac{1}{2} \times 400 \Rightarrow h = \frac{10}{3} m$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۷۳)

### ۸۵ - گزینه «۳»

(امسان مطلبی)

ابتدا فاصله بین دو نقطه (۱) و (۲) را می‌یابیم. با توجه به شکل داریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{12}{d} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{d} \Rightarrow d = 20 m$$

چون اصطکاک وجود دارد، انرژی گلوله پایسته نمی‌ماند. بنابراین داریم:

$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} E = K + U$$

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = -f_k d \Rightarrow (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

$$= -f_k d \Rightarrow \Delta K + \Delta U = -f_k d \xrightarrow{\Delta U = -W_{mg} = -mg \Delta h} \Delta K - mg \Delta h = -f_k d$$

$$\xrightarrow{\Delta h = 12 m, d = 20 m} \Delta K - mg \Delta h = -f_k d$$

$$\Delta K = 10 J, m = 200 g = 0.2 kg, g = 10 \frac{N}{kg}$$

$$10 - 0.2 \times 10 \times 12 = -f_k \times 20$$

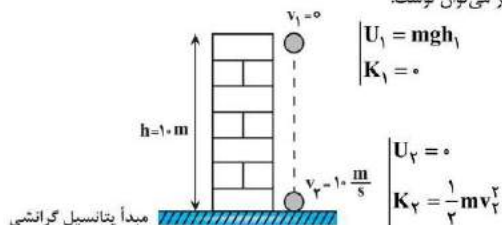
$$\Rightarrow 10 - 24 = -20 f_k \Rightarrow -14 = -20 f_k \Rightarrow f_k = 0.7 N$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۷۳)

### ۸۶ - گزینه «۳»

(رشا امامی)

چون نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی جسم پایسته نمی‌ماند. بنابراین، با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} E = U + K$$

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = -f_k d \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 + 0 - (0 + m g h)$$

$$= -f_k d \xrightarrow{m = 2 kg, h_1 = d = 10 m} \frac{1}{2} \times 2 \times 100 - 2 \times 10 \times 10 = -f_k \times 10$$

$$\Rightarrow 100 - 200 = -10 f_k \Rightarrow -100 = -10 f_k \Rightarrow f_k = 10 N$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۷۳)

### ۸۷ - گزینه «۳»

(میثم دشتیان)

هنگامی که یک دستگاه، ارتفاع جسمی به جرم  $m$  را بدون تغییر در تندی آن به اندازه  $h$  تغییر دهد، کار آن دستگاه از رابطه  $W_{\text{دستگاه}} = mgh$  به دست می‌آید. در حالی که اگر دستگاهی هم ارتفاع و هم تندی را تغییر دهد، کار آن دستگاه از رابطه  $W_{\text{دستگاه}} = mgh + \frac{1}{2} m v^2$  به دست می‌آید. بنابراین، از آنجا که توان الکتریکی و بازده دو پمپ آب با هم برابر است، توان مفید آنها نیز با یکدیگر برابر می‌باشد. در این حالت، می‌توان نوشت:

$$P_{\text{مفید}} = P_{\text{مفید}} \xrightarrow{P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t}} \frac{W_{(1)} \text{ پمپ}}{\Delta t_1} = \frac{W_{(2)} \text{ پمپ}}{\Delta t_2}$$

$$\xrightarrow{W_{(1)} \text{ پمپ} = m_1 g h} \frac{m_1 g h}{\Delta t_1} = \frac{m_2 g h + \frac{1}{2} m_2 v^2}{\Delta t_2}$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} \frac{\rho V_1 g h}{\Delta t_1} = \frac{\rho V_2 (g h + \frac{1}{2} v^2)}{\Delta t_2}$$

$$\xrightarrow{V_1 = 10 L, \Delta t_1 = 2 \text{ min}, h = 10 m} \frac{10 \times 10 \times 10}{2} = \frac{5 \times (10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 100)}{\Delta t_2}$$

$$\xrightarrow{V_2 = 5 L, v = 10 \frac{m}{s}} \frac{50}{2} = \frac{5 \times (100 + 50)}{\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{750}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 30 \text{ min}$$

(کالر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۸ و ۷۶)

## ۹۱- گزینه «۴»

(مریم شیخ‌محمود)

ابتدا با استفاده از نمودار داده شده،  $K_1$  را می‌یابیم می‌دانیم به ازای  $v_1^2 = 100 \frac{m^2}{s^2}$

انرژی جنبشی برابر  $K_1$  و به ازای  $v_2^2 = 1600 \frac{m^2}{s^2}$  انرژی جنبشی برابر

$K_2 = K_1 + 300$  است. بنابراین داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{K_1 + 300}{K_1} = \frac{1600}{100} \\ \Rightarrow \frac{K_1 + 300}{K_1} = 16 \Rightarrow 16K_1 = K_1 + 300 \Rightarrow 15K_1 = 300 \Rightarrow K_1 = 20 \text{ kJ}$$

اکنون تندی خودرو را برای حالتی که انرژی جنبشی آن برابر  $5 \text{ kJ}$  است، می‌یابیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \xrightarrow{K_2=5 \text{ kJ}, v_1^2=100 \frac{m^2}{s^2}} \frac{5}{20} = \frac{v_2^2}{100} \\ \Rightarrow v_2^2 = 25 \Rightarrow |v_2| = 5 \frac{m}{s}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

## ۹۲- گزینه «۲»

(مهشاق کیانی)

در حالت اول  $\theta_1 = 37^\circ$  و  $W_1 = W$  و در حالت دوم  $\theta_2 = 37^\circ + 16^\circ = 53^\circ$

و  $W_2 = W - 60$  است. بنابراین، با استفاده از رابطه کار نیروی ثابت  $\vec{F}$  در جابه‌جایی

$\vec{d}$ ، به صورت زیر  $W$  را می‌یابیم. دقت کنید، در هر دو حالت، اندازه‌های  $F$  و  $d$  ثابت‌اند.

در ضمن، چون زاویه بین  $\vec{F}$  و  $\vec{d}$  افزایش یافته است، طبق رابطه  $W = (F \cos \theta)d$  کار نیروی  $\vec{F}$  کاهش می‌یابد.

$$\begin{cases} W_1 = (F \cos \theta_1)d \\ W_2 = (F \cos \theta_2)d \end{cases} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{(F \cos \theta_1)d}{(F \cos \theta_2)d} \\ \Rightarrow \frac{W}{W - 60} = \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ} \xrightarrow{\cos 37^\circ = 4/5, \cos 53^\circ = 3/5} \frac{W}{W - 60} = \frac{4}{3} \\ \Rightarrow \frac{W}{W - 60} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3W - 240 = 4W \Rightarrow 4W - 3W = 240 \\ \Rightarrow W = 240 \text{ J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

## ۹۳- گزینه «۳»

(مهروی زمانی)

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی و با توجه به این که  $K_1 = 0$  و

$$K_2 = K_1 + \frac{20}{100} K_2 = \frac{1}{2} K_2$$

برای قسمت اول مسیر داریم:

$$\begin{array}{c} K_1 = 0 \qquad K_2 = K_1 + \frac{20}{100} K_2 \\ \xrightarrow{f_k} \xrightarrow{F} \xrightarrow{F} \end{array} \quad \begin{array}{c} d_1 = d \\ d_2 = 2d \end{array}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F = K_2 - K_1 \xrightarrow{W_F = (F \cos \theta)d, \theta = 0^\circ, K_1 = 0} (F \cos 0^\circ)d = K_2 \\ \Rightarrow K_2 = Fd$$

برای قسمت دوم مسیر می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_F + W_{f_k} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2 = 1/2 K_1} \\ F(\cos 0^\circ) \times 2d + (f_k \cos 180^\circ) \times 2d = 1/2 K_2 - K_1 \\ \Rightarrow 2Fd - 2f_k d = 0 \xrightarrow{K_2 = Fd} 2Fd - 2f_k d = 0 \xrightarrow{2 \times Fd} \\ \Rightarrow 1/8 Fd = 2f_k d \Rightarrow 1/8 F = 2f_k \\ \Rightarrow \frac{f_k}{F} = \frac{1/8}{2} \Rightarrow \frac{f_k}{F} = 0/9$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

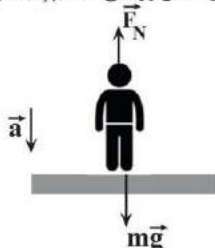
## ۹۴- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسپهر)

آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به صورت تندشونده به سمت پایین شروع به حرکت

می‌کند، بنابراین، با توجه به شکل زیر، ابتدا، با استفاده از قانون دوم نیوتون اندازه

نیروی را که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند ( $F_N$ )، می‌یابیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \xrightarrow{m=100 \text{ kg}, g=10 \frac{N}{kg}} \\ a=2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow 100 \times 10 - F_N = 100 \times 2 \Rightarrow F_N = 800 \text{ N}$$

اکنون جابه‌جایی آسانسور را در ۲ ثانیه اول حرکت پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0, t=2s, a=2 \frac{m}{s^2}} \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 0 \\ \Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m} \Rightarrow d = 4 \text{ m}$$

در آخر، کار نیروی  $F_N$  را به دست می‌آوریم. دقت کنید، چون  $\vec{F}_N$  رو به بالا و  $\vec{d}$

رو به پایین است، زاویه بین آن‌ها  $\theta = 180^\circ$  می‌باشد.

$$W_{F_N} = (F_N \cos \theta)d \Rightarrow W_{F_N} = (800 \times \cos 180^\circ) \times 4 \\ = 800 \times (-1) \times 4 \Rightarrow W_{F_N} = -3200 \text{ J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

## ۹۵- گزینه «۱»

(فسرو ابرقوانی‌فر)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییر انرژی

جنبشی آن است. بنابراین با داشتن تندی اولیه و تندی نهایی جسم، کار برآیند نیروها

به دست می‌آید:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \xrightarrow{m=1 \text{ kg}, v_0=2 \frac{m}{s}, v=1 \frac{m}{s}} \\ v=1 \frac{m}{s} \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 1 \times (100 - 400) \Rightarrow W_t = -150 \text{ J}$$

(کمر، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

## ۹۶- گزینه «۱»

طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \frac{W_t}{W_t} = \frac{K'_t - K_t}{K_t - K_s}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{m'v'^2}{mv^2} \Rightarrow 1 = \frac{4mv'^2}{mv^2} \Rightarrow \frac{v}{v'} = 2$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه ۵۴)

## ۹۷- گزینه «۲»

با توجه به رابطه  $W = Fd \cos \theta$  می‌توان نوشت:

$$W_A = Fd_A \cos \theta_A \quad \theta_A = 30^\circ, \theta_B = 60^\circ$$

$$W_B = Fd_B \cos \theta_B \quad F_A = F_B, W_A = W_B$$

$$d_A \cos 30^\circ = d_B \cos 60^\circ$$

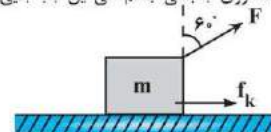
$$\Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۶)

## ۹۸- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

با توجه به جهت نیروی  $F$  و جهت نیروی اصطکاک که هر دو در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شوند، انرژی جنبشی جسم طی این جابه‌جایی کاهش می‌یابد.



مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_t \quad \Delta K = -4J, W_F = Fd \cos 150^\circ, \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$W_t = W_F + W_f, F = 5N, d = 1.6m = 16cm$$

$$-4 = 5 \times 1.6 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + W_f \quad \sqrt{3} = 1/\sqrt{3} \Rightarrow -4 = -3/\sqrt{3} + W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -5/6J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

## ۹۹- گزینه «۲»

بررسی موارد نادرست:

آ) کار نیروی عکس‌العمل سطح در جابه‌جایی روی سطح افقی زمانی برابر صفر است که سطح بدون اصطکاک باشد. در این صورت نیروی سطح تنها همان نیروی عمودی سطح است که بر جابه‌جایی عمود است.

ت) با توجه به رابطه  $W_t = \Delta K$ ، زمانی روی جسم کار انجام می‌شود که تندی آن (اندازه سرعت) تغییر کند. جهت بردار سرعت الزاماً با تغییر اندازه آن همراه نیست.

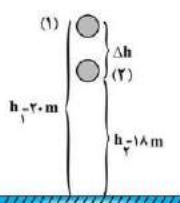
(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۳)

## ۱۰۰- گزینه «۳»

(امیرحسین برادران)

اختلاف ارتفاع گلوله در دو حالت را به‌دست می‌آوریم. با توجه به مسافت طی شده توسط گلوله ارتفاع اوج گلوله برابر است با:

$$\ell = h_1 + h_2 \quad h_1 = 20m \quad h_2 = 18m$$



چون ارتفاع نهایی گلوله کمتر است، بنابراین کار نیروی وزن مثبت است.

$$W_{mg} = mg\Delta h$$

$$m = 20 \times 10^{-3} kg \quad g = 10 \frac{N}{kg}, \Delta h = 2m$$

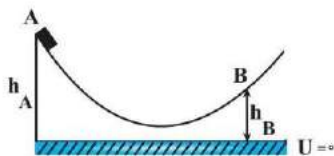
$$W_{mg} = 0.2 \times 10 \times 2 = 4J$$

## ۱۰۱- گزینه «۱»

(فارج از کشور ریاضی، ۱۳)

(مریم شیخ‌محمود)

چون جسم حداکثر تا نقطه  $B$  بالا می‌رود، تندی آن در نقطه  $B$  صفر خواهد شد. بنابراین، با استفاده از قانون کار و انرژی مکانیکی بین دو نقطه  $A$  و  $B$  می‌توان نوشت:



$$E_B - E_A = W_{fk} \quad E = U + K \Rightarrow (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = W_{fk}$$

$$W_{fk} = -\frac{3}{5}mgh_A, K_B = 0, K_A = 0$$

$$U_A = mgh_A, U_B = mgh_B$$

$$(mgh_B + 0) - (mgh_A + 0) = -\frac{3}{5}mgh_A \Rightarrow mgh_B = mgh_A - \frac{3}{5}mgh_A$$

$$= mgh_A - \frac{3}{5}mgh_A \Rightarrow mgh_B = \frac{2}{5}mgh_A \Rightarrow h_B = \frac{2}{5}h_A$$

$$\Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = \frac{5}{2}$$

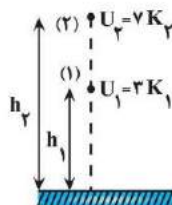
(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

## ۱۰۲- گزینه «۲»

(محمدرضا قیاسی)

چون جسم در شرایط خلأ پرتاب شده است، نیروهای اتلاف‌کننده انرژی وجود ندارد؛ بنابراین، انرژی مکانیکی گلوله در تمام نقاط مسیر ثابت می‌ماند. در این حالت با

توجه به شکل زیر، اگر پایداری انرژی مکانیکی را برای نقاط (۱) و (۲) بنویسیم، خواهیم داشت:



$$U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_2 = E_1 \quad E = U + K \Rightarrow U_2 + K_2 = U_1 + K_1 \quad U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + K_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

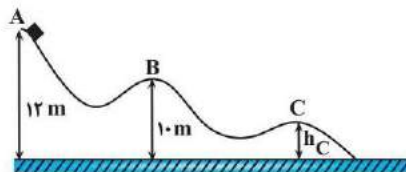
(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)



### ۱۰۳- گزینه «۳»

(سپهر علی صیبری)

چون نیروی اصطکاک وجود ندارد انرژی مکانیکی پایسته می ماند. بنابراین، پایستگی انرژی مکانیکی را یکبار بین دو نقطه A و B و بار دیگر بین دو نقطه A و C می نویسیم:



$$E_B = E_A \xrightarrow{E=U+K} U_B + K_B = U_A + K_A$$

$$v_A = 0 \Rightarrow K_A = 0 \rightarrow mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_A \xrightarrow{\frac{h_B=10m}{h_A=12m}}$$

$$10 \times 10 + \frac{v_B^2}{2} = 10 \times 12 \Rightarrow \frac{v_B^2}{2} = 20 \Rightarrow v_B^2 = 40$$

$$E_C = E_A \Rightarrow U_C + K_C = U_A + K_A \xrightarrow{K_A=0}$$

$$mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 = mgh_A \xrightarrow{h_A=12m}$$

$$10h_C + \frac{v_C^2}{2} = 10 \times 12 \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} = 120 - 10h_C \Rightarrow v_C^2 = 240 - 20h_C$$

در آخر داریم:

$$\frac{v_C^2}{v_B^2} = \frac{240 - 20h_C}{40} \Rightarrow \left(\frac{v_C}{v_B}\right)^2 = \frac{12 - h_C}{2} \xrightarrow{v_C=2v_B}$$

$$\left(\frac{2v_B}{v_B}\right)^2 = \frac{12 - h_C}{2} \Rightarrow 4 = \frac{12 - h_C}{2} \Rightarrow 8 = 12 - h_C$$

$$\Rightarrow h_C = 4m$$

(کتر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحات ۹۸ تا ۷۲)

### ۱۰۴- گزینه «۲»

(امیرحسین برادران)

حداکثر مسافتی که جسم طی می کند تا به بالای سطح شیب دار برسد را  $\ell$  در نظر بگیرید. در این صورت مطابق قضیه کار - انرژی جنبشی بین لحظه پرتاب و لحظه بازگشت به نقطه پرتاب داریم:

$$\Delta K = W_t \xrightarrow{W_t=W_f} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -f\ell - f\ell$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -2f\ell \Rightarrow f\ell = \frac{v_0^2 - v^2}{4}m$$

$$v_0 = 1\frac{m}{s}, v = \frac{m}{s} \rightarrow f\ell = \frac{1^2 - 0^2}{4}m = 0.25m(J)$$

اکنون قضیه کار - انرژی جنبشی را از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به ارتفاع اوج می نویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow -mgh - f\ell = K - K_1$$

$$\xrightarrow{K=0} K_1 - f\ell = mgh$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_0^2, g=1, \frac{N}{kg} \rightarrow \frac{1}{2}m - 10m = 10mh \Rightarrow h = 0.05m$$

$$v_0 = 1\frac{m}{s}, f\ell = 0.25m$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{0.05}{\frac{1}{2}} = 0.1m$$

(کتر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحات ۹۸ تا ۷۲)

### ۱۰۵- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

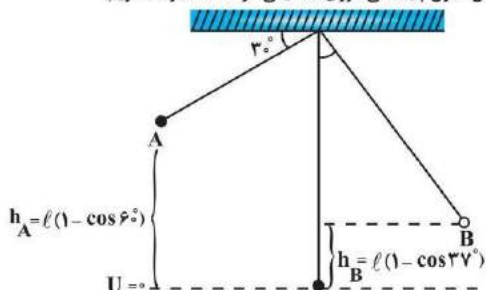
تنها عبارت «ت» نادرست است. دماسنج ترموکوپل دقت اندازه گیری پایین دارد؛ به همین علت از مجموعه دماسنج های معیار کنار گذاشته شد.

(رما و کرما) (فیزیک، صفحات ۸۳ تا ۸۷)

### ۱۰۶- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

با نوشتن قانون پایستگی انرژی مکانیکی در نقطه A و B داریم:



$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$v_A = \frac{m}{s}, h_A = l(1 - \cos 60^\circ) = \frac{l}{2}$$

$$h_B = l(1 - \cos 37^\circ) = 0.2\ell, \ell = 1m$$

$$\frac{6^2}{2} + 10 \times 0.5 = \frac{v_B^2}{2} + 10 \times 0.2$$

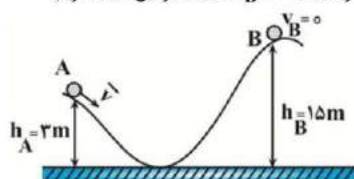
$$\Rightarrow 18 + 5 - 2 = \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B^2 = 22 \Rightarrow v_B = \sqrt{22}$$

(کتر، انرژی و توان) (فیزیک، صفحات ۹۸ تا ۷۲)

### ۱۰۷- گزینه «۳»

(قاروق مردانی)

چون گلوله در قسمت سمت راست حداکثر ۱۵ متر بالا می رود، بنابراین، در آن نقطه متوقف می شود، در نتیجه  $K_B = 0$  است. در این حالت داریم:



$$E_B - E_A = W_{fk} \xrightarrow{W_{fk} = -\frac{25}{100}K_A = -\frac{1}{4}K_A}$$

$$E = K + U$$

$$(K_B + U_B) - (K_A + U_A) = -\frac{1}{4}K_A$$

$$\Rightarrow U_B - K_A - U_A = -\frac{1}{4}K_A$$

$$\Rightarrow U_B - U_A = \frac{3}{4}K_A \xrightarrow{U=mgh} mgh_B - mgh_A = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 20 + \frac{v_2^2}{2} = 60 \Rightarrow \frac{v_2^2}{2} = 40 \Rightarrow v_2^2 = 80 = 16 \times 5$$

$$\Rightarrow v_2 = 4\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

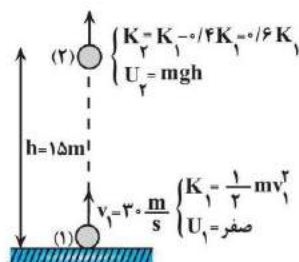
(کار، انرژی و توان) (فیزیک، از صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(امیرمسیر برادران)

### ۱۱- گزینه «۳»

کار نیروی مقاومت هوا برابر تغییر انرژی مکانیکی در جابه‌جایی بین دو نقطه است.

بنابراین، با توجه به شکل زیر، داریم:



$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{E=K+U} (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f$$

$$\xrightarrow{U_1=0} 0.6K_1 + U_2 - (K_1 + 0) = W_f$$

$$\Rightarrow -0.4K_1 + U_2 = W_f \Rightarrow -\frac{4}{10} \times \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh = W_f$$

$$\xrightarrow{\substack{m=200g=0.2kg \\ v_1=30 \frac{m}{s}}} -\frac{4}{10} \times \frac{1}{2} \times 0.2 \times 900 + \frac{1}{2} \times 0.2 \times 15 = W_f$$

$$\Rightarrow -36 + 30 = W_f \Rightarrow W_f = -6J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، از صفحه‌های ۷۱ و ۷۳)

$$\xrightarrow[h_A=3m]{h_B=15m} 10 \times 15 - 10 \times 3 = \frac{3}{\lambda} v^2 \Rightarrow 120 = \frac{3}{\lambda} v^2$$

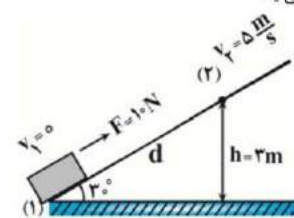
$$\Rightarrow v^2 = 320 \Rightarrow v = 8\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، از صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(مصطفی واتقی)

### ۱۰۸- گزینه «۳»

نیروهای بین سطح و جسم شامل نیروی اصطکاک ( $f_k$ ) و نیروی عمودی سطح ( $F_N$ ) است که برآیند آنها برابر نیروی سطح می‌باشد، یا توجه به این که کار نیروی عمودی سطح صفر می‌باشد، کار نیروی سطح صرفاً برابر کار نیروی اصطکاک است که به صورت زیر به دست می‌آید:



$$h = d \sin 30^\circ \xrightarrow{h=3m} 3 = d \times \frac{1}{2} \Rightarrow d = 6m$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=1kg} \Delta K = \frac{1}{2} \times 1 \times (25 - 0) = 12.5J$$

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} = \Delta K$$

$$F d \cos(0) - mgh + W_{f_k} + F_N d \cos 90^\circ = 12.5$$

$$10 \times 6 \times 1 - 1 \times 10 \times 3 + W_{f_k} + 0 = 12.5 \Rightarrow W_{f_k} = -17.5J$$

$$W_R = W_{f_k} + W_{F_N} \xrightarrow{W_{F_N}=0} W_R = -17.5 + 0$$

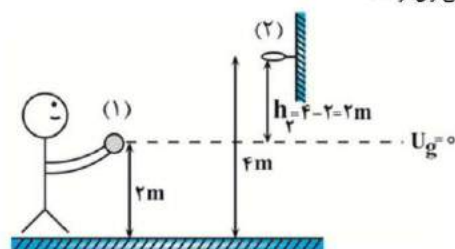
$$\Rightarrow W_R = -17.5J$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، از صفحه‌های ۵۸ و ۶۳)

(مصطفی کیانی)

### ۱۰۹- گزینه «۳»

چون در طول مسیر حرکت توپ نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی مکانیکی آن پایسته نمی‌ماند. بنابراین، اگر مکان اولیه پرتاب توپ را مبدأ پتانسیل گرانشی، در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:



$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = -\frac{1}{6} K_1} (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

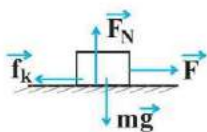
$$= -\frac{1}{6} K_1 \xrightarrow{U_1=0} (U_2 + K_2) - (0 + K_1) = -\frac{1}{6} K_1$$

$$\Rightarrow U_2 + K_2 = \frac{5}{6} K_1 \Rightarrow mgh_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow gh_2 + \frac{v_2^2}{2} = \frac{5}{12} v_1^2 \xrightarrow{\substack{v_1=12 \frac{m}{s} \\ h_2=12m}} 10 \times 2 + \frac{v_2^2}{2} = \frac{5}{12} \times 12 \times 12$$

### ۱۱۳- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌معمور)



می‌دانیم، نیروی سطح بر جسم برآیند دو نیروی  $F_N$  و  $f_k$  است. بنابراین، ابتدا این دو نیرو را می‌یابیم. با توجه به شکل داریم:

$$F_{\text{net } y} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow \frac{m = 2 \times 10 \text{ kg}}{g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow F_N = mg = 200 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow \frac{\mu_k = 0.2}{F_N = 200 \text{ N}} \Rightarrow f_k = 0.2 \times 200 = 40 \text{ N}$$

اکنون کار نیروهای  $f_k$  و  $F_N$  را به‌دست می‌آوریم و از مجموع آن‌ها کار نیروی سطح را پیدا می‌کنیم:

$$W_{F_N} = (F_N \cos \theta) d \xrightarrow{\theta = 90^\circ, \cos 90^\circ = 0} W_{F_N} = F_N \times 0 \times d = 0$$

$$W_{f_k} = (f_k \cos \theta) d \xrightarrow{\theta = 180^\circ, \cos 180^\circ = -1} W_{f_k} = 40 \times \cos 180^\circ \times d \xrightarrow{\cos 180^\circ = -1} \rightarrow$$

$$W_{f_k} = 40 \times (-1) \times d = -40d$$

$$W_R = W_{F_N} + W_{f_k} = 0 - 40d \Rightarrow W_R = -40d$$

در آخر با محاسبه  $W_F$ ، نسبت  $\frac{W_R}{W_F}$  را می‌یابیم:

$$W_F = (F \cos \theta) d \xrightarrow{\theta = 0^\circ, \cos 0^\circ = 1} W_F = 200 \times \cos(0^\circ) \times d \xrightarrow{\cos(0^\circ) = 1} \rightarrow$$

$$W_F = 200 \times 1 \times d = 200d \Rightarrow \left| \frac{W_R}{W_F} \right| = \left| \frac{-40d}{200d} \right| = \frac{1}{5}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۵۵ و ۶۱)

### ۱۱۱- گزینه «۳»

(علی بزرگرم)

می‌دانیم انرژی تلف شده در مسیر ABC برابر اختلاف انرژی مکانیکی نقطه انتها (نقطه B) و ابتدای (نقطه A) مسیر حرکت است. بنابراین، ابتدا  $\Delta E = E_B - E_A$  را می‌یابیم.

$$\Delta E = E_B - E_A \xrightarrow{E = K + U} \Delta E = (K_B + U_B) - (K_A + U_B)$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2, U = mgh} \Delta E = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B - \left( \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_B \right)$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + mg(h_B - h_A)$$

$$\xrightarrow{v_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_B = 5 \text{ m}, h_A = 2 \text{ m}} \Delta E = \frac{1}{2}m(36 - 1) + m \times 10 \times (5 - 2)$$

$$\Rightarrow \Delta E = -22m + 30m = 8m$$

اکنون نسبت  $\frac{|\Delta E|}{K_A}$  را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{|\Delta E|}{K_A} = \frac{8m}{\frac{1}{2}mv_A^2} \xrightarrow{v_A = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \frac{|\Delta E|}{K_A} = \frac{8}{\frac{1}{2} \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta E|}{K} = \frac{8}{100} = 0.08$$

بنابراین، انرژی تلف شده در مسیر ABC برابر ۰.۰۸ برابر انرژی جنبشی در نقطه A است.  
(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۷۱ و ۷۳)

### ۱۱۲- گزینه «۱»

(امیرحسین برادران)

چون تندی جسم ثابت است، بنابراین کار برآیند نیروهای وارد بر جسم طی جابه‌جایی برابر صفر است.  
با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_F + W_f + W_{mg} = 0$$

$$\xrightarrow{f = 5 \text{ N}, W_{mg} = -mgh, \sin 37^\circ = 0.6, m = 10 \text{ kg}, W_f = -fd} \xrightarrow{h = 2 \times \sin 37^\circ = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, d = 2 \text{ m}}$$

$$W_F = 5 \times 2 + 10 \times 1.2 \times 10 = 22 \text{ J}$$

اکنون توان متوسط نیروی F را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{W_F}{\Delta t} \xrightarrow{W_F = 22 \text{ J}, \Delta t = 2 \text{ s}} P = \frac{22}{2} = 11 \text{ W}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک ۱، صفحه‌های ۶۱ و ۶۳ و ۷۳ و ۷۸)



$$(1) \rightarrow 1/6 + 2 = 0 + mg\Delta h_p \quad m = 2 \text{ kg}$$

$$3/6 = \frac{2}{10} \times 10 \times \Delta h_p \Rightarrow \Delta h_p = 1/10 \text{ m}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۹۱ و ۹۸)

## ۲۲ - گزینه «۲»

(معضی گمانی)

ابتدا توان خروجی (مفید) موتور را می‌یابیم و سپس توان خروجی جرتقیل را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \quad Ra = \frac{100}{1000} = \frac{P}{5} \Rightarrow P = 5 \text{ kW}$$

$$Ra = \frac{P'}{P_{\text{موتور}}} \quad Ra = \frac{25}{1000} = \frac{P'}{4} \Rightarrow P' = 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

اکنون با استفاده از رابطه  $P = \frac{W}{t}$  و با توجه به این که  $W = mgh$  است، به صورت زیر  $t$  را می‌یابیم. دقت کنید، چون جسم با تندی ثابت بالا می‌رود، نیروی موتور جرتقیل با وزن جسم برابر است:

$$W = Fd \cos(0) \quad \frac{F}{d} = \frac{mg}{h} \rightarrow W = mgh \times 1 \Rightarrow W = mgh$$

$$P' = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{mgh}{t} \quad h = 12 \text{ m}, m = 250 \text{ kg} \quad P' = 1000 \text{ W} \rightarrow 1000 = \frac{250 \times 10 \times 12}{t}$$

$$\Rightarrow t = 3 \text{ s}$$



(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

## ۲۳ - گزینه «۳»

(فسر و ارجوئی فر)

طبق رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی با مجذور تندی نسبت مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \frac{K_1 = 3600 \text{ J}, v_2 = v_1 + 6}{K_2 = 324 \times 10^3 \text{ J}} \rightarrow$$

$$\frac{324 \times 10^3}{3600} = \left(\frac{v_1 + 6}{v_1}\right)^2$$

اگر از طرفین جذر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{180}{60} = \frac{v_1 + 6}{v_1} \Rightarrow 3 = \frac{v_1 + 6}{v_1} \Rightarrow v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۶ و ۵۵)

## ۲۴ - گزینه «۲»

(رشنا امامی)

الف) نادرست است - اگر جسمی بر روی یک مسیر دایره‌ای با تندی ثابت حرکت کند، تغییر انرژی جنبشی و در نتیجه کار برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است؛ اما، چون جهت حرکت تغییر می‌کند، سرعت آن نیز تغییر خواهد کرد، لذا حرکت جسم شتاب‌دار است و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست.

ب) درست است - اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسمی منفی باشد، طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{W_t < 0} K_f - K_i < 0$$

$$\Rightarrow K_f < K_i \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_f^2 < \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 < v_i^2 \Rightarrow v_f < v_i$$

پ) درست است - چون ماهواره‌ها با تندی ثابت به دور زمین حرکت می‌کنند؛ بنابراین انرژی جنبشی آن‌ها نیز ثابت می‌ماند.

ت) نادرست است - در حرکت آسانسور کار نیروی عمودی سطح  $(F_N)$  صفر نیست؛ زیرا زاویه بین نیرو و جابه‌جایی صفر یا  $180^\circ$  درجه است.

بنابراین از بین عبارتهای داده شده، ۲ عبارت درست است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۳)

## ۲۵ - گزینه «۱»

(امیر صیرین برادران)

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \begin{cases} K_A = \frac{1}{2} \times \frac{40}{1000} \times 4^2 = \frac{32}{100} \text{ J} \\ K_B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{64}{1000} \text{ J} \\ K_C = \frac{1}{2} \times 16 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 = \frac{2}{100} \text{ J} \\ K_D = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{8}{100} \text{ J} \end{cases}$$

با این حساب، انرژی جنبشی جسم A از بقیه بیشتر است.

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

## ۲۶ - گزینه «۱»

(اسماعیل اسمعی)

ابتدا کار نیروی  $\vec{F} = 60\vec{i}$  را در جابه‌جایی‌های قائم و افقی به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

کار نیروی  $\vec{F}$  روی مؤلفه افقی جابه‌جایی  $W_x = Fd \cos \theta$

$$\vec{F} = 60\vec{i} \Rightarrow F_x = 60 \text{ N} \quad W_x = 60 \times 5 \times \cos 0^\circ$$

$$d_x = 5 \text{ m}, \theta = 0^\circ$$

$$\Rightarrow W_x = 300 \text{ J}$$

کار نیروی  $\vec{F}$  روی مؤلفه عمودی جابه‌جایی  $W_y = Fd \cos \theta$

$$\vec{F} = 60\vec{i} \Rightarrow F_y = 0 \text{ N} \quad W_y = 60 \times 4 \times \cos 90^\circ \Rightarrow W_y = 0$$

$$d_y = 4 \text{ m}, \theta = 90^\circ$$

بنابراین کار نیرو  $\vec{F}$  برابر است با:

$$W_F = W_x + W_y \Rightarrow W_F = 300 + 0 = 300 \text{ J}$$

(کار، انرژی و توان) (فیزیک، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)



۱- تندی حرکت خودروی A،  $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  بیش تر از تندی حرکت خودروی B است و جرم آن نصف جرم خودروی B می باشد. اگر انرژی جنبشی دو خودرو باهم برابر باشد، تندی حرکت خودروی B چند متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $5(\sqrt{2}+1)$  (۲)  $5(\sqrt{2}+2)$  (۳)  $5(\sqrt{2}-1)$  (۴)  $5(2-\sqrt{2})$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	درسنامه	مثال	بخش اگر...	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۱	۷	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

(۱) انرژی جنبشی یک جسم مطابق با رابطه زیر به دست می آید.

(۲) مطابق رابطه فوق، هر ژول معادل با  $\frac{\text{متر مربع} \times \text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$  است.

(۳) برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم می توان نوشت:

$$k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

مثال

تندی حرکت جسم A، بیش تر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A، ۲۱ درصد بیش تر از B باشد، تندی حرکت B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر  $v + 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است. در این صورت می توان نوشت:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{121}{100} = 1 \times \left(\frac{v+8}{v}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{چتر}} \frac{11}{10} = \frac{v+8}{v} \Rightarrow v = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای مقایسه انرژی جنبشی دو خودرو به صورت زیر عمل می کنیم.

$$k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{k_B}{k_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{m_B = 2m_A, k_A = k_B}{v_A = v_B + 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} 1 = 2 \times \left(\frac{v_B}{v_B + 5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_B + 5} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}v_B = v_B + 5$$

$$\Rightarrow v_B(\sqrt{2}-1) = 5 \Rightarrow v_B = \frac{5}{\sqrt{2}-1} = 5(\sqrt{2}+1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت:  $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  معادل می باشد.

### گروه آموزشی ماز

۲- جسمی تحت تأثیر دو نیروی  $\vec{F}_1 = 6\vec{i} - 8\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = 5\vec{i} + 12\vec{j}$  به اندازه ۶ متر در خلاف جهت محور x حرکت می کند. کار کل انجام شده روی جسم چند ژول است؟ (بردارها بر حسب واحدهای SI هستند.)

- (۱) ۶۶ (۲) -۶۶ (۳) ۶ (۴) -۶

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	درسنامه	مثال	بخش اگر...	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۴	۵	۷	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط



چون جسم در راستای بردار  $\vec{i}$  حرکت کرده است، مؤلفه‌های  $\vec{j}$  نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  کاری انجام نمی‌دهند و فقط مؤلفه  $\vec{i}$  آن‌ها اهمیت دارد. همچنین دقت کنید که جابه‌جایی در خلاف جهت  $\vec{i}$  است، بنابراین کار هر دو نیرو منفی خواهد بود.

$$\begin{cases} W_1 = -F_{x_1} d = -6 \times 6 = -36 \text{ J} \\ W_2 = -F_{x_2} d = -5 \times 6 = -30 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 = -66 \text{ J}$$

اگر ...

اگر جسم به اندازه ۶ متر در جهت محور  $y$  جابه‌جا می‌شد، پاسخ چه بود؟

پاسخ: در این حالت مؤلفه‌های  $\vec{j}$  نیروها اهمیت دارند و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_1 = F_{y_1} d = -8 \times 6 = -48 \text{ J} \\ W_2 = F_{y_2} d = 12 \times 6 = 72 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 = 24 \text{ J}$$

دقت کنید در این حالت کار نیرو  $\vec{F}_1$  منفی و کار نیروی  $\vec{F}_2$  مثبت است.

www.biomaze.ir

۳ - کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟ (براساس کنکور ۱۴۰۰)

(الف) اگر تندی یک جسم ثابت باشد، کار کل انجام شده روی آن الزاماً صفر است.

(ب) اگر انرژی مکانیکی یک جسم ثابت باشد، کار کل انجام شده روی جسم الزاماً صفر است.

(ج) اگر جسمی تحت تأثیر دو نیرو با تندی ثابت حرکت کند، کار انجام شده توسط آن دو نیرو قرینه هم است.

(۱) فقط (الف) (۲) فقط (ب) (۳) (ب) و (ج) (۴) (الف) و (ج)

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	درنامه	مثال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۹	۱	۷	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	آسان

(۱) مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_{\text{کل}} = \Delta k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

(۲) مطابق رابطه فوق، اگر کار کل انجام شده روی یک جسم صفر باشد، یا تندی اولیه با تندی ثانویه جسم برابر است یا تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت می‌است.

اگر کار کل مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و اگر کار کل منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.

(۳) دقت کنید کار کل انجام شده روی جسم به‌طور مستقیم اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

مثال:

تندی حرکت اتومبیلی به جرم  $1000 \text{ kg}$  از  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. کار کل انجام شده روی اتومبیل چند ژول است؟

$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (30^2 - 20^2) = 25000 \text{ J}$$

مثال:

یک چتر باز به جرم  $80 \text{ kg}$  از ارتفاع  $1000$  متری از سطح زمین بدون تندی اولیه شروع به سقوط می‌کند. اگر چتر باز با تندی به سطح زمین برسد، کار نیروی

مقاومت هوا روی چتر باز چند ژول بوده است؟  $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

باتوجه به این که فقط نیروهای وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند، کار کل انجام شده روی آن برابر مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است. در ادامه با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{\text{کل}} = W_{\text{mg}} + W_{fD} \\ W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{fD} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow +mgh + W_{fD} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Rightarrow 80 \times 10 \times 1000 + W_{fD} = \frac{1}{2} \times 80 \times (4^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 800000 + W_{fD} = 640$$

$$\Rightarrow W_{fD} = -799360 \text{ J}$$

ثابت ماندن انرژی مکانیکی، اطلاعاتی در مورد کار کل انجام شده روی جسم به ما نمی‌دهد، بنابراین با ثابت ماندن انرژی مکانیکی، کار کل انجام شده روی جسم می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد. باتوجه به این توضیحات، عبارت (ب) عبارت نادرستی است. دقت کنید که عبارت‌های (الف) و (ج) باتوجه به قضیه کار و انرژی، عبارت‌های صحیحی هستند.

اگر ...

می‌دانیم که اگر انرژی جنبشی یک جسم ثابت بماند، کار کل انجام شده روی آن قطعاً صفر است. اگر انرژی مکانیکی یک جسم ثابت بماند، چه نتیجه‌ای در مورد آن می‌توان گرفت؟

پاسخ: نیروهایی مثل نیروی اصطکاک یا نیروی خارجی مثل هل دادن یک جسم با دست باعث تغییر انرژی مکانیکی می‌شوند. به این نوع نیروها، نیروهای غیرپایستار می‌گویند. اگر انرژی مکانیکی یک جسم ثابت بماند، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع کار انجام شده توسط این نیروهای غیرپایستار صفر است. دقت کنید که ثابت ماندن انرژی مکانیکی، هیچ اطلاعاتی در مورد کار کل انجام شده روی جسم به ما نمی‌دهد.

این تست براساس یکی از تست‌های کنکور خارج از کشور رشته تجربی سال ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه به بررسی آن می‌پردازیم.

تست کنکور خارج از کشور تجربی سال ۱۴۰۰:

اگر تندی جسمی در یک مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟

(الف) کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(ب) انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

(پ) نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(۱) الف (۲) پ (۳) الف و ب (۴) ب و پ

پاسخ: مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، اگر تندی جسمی ثابت باشد، کار خالص انجام شده روی آن صفر است. دقت کنید که از ثابت ماندن تندی نمی‌توان در مورد انرژی مکانیکی و یا نیروی خالص وارد بر جسم اظهارنظر کرد و عبارت‌های (ب) و (پ) می‌توانند درست یا نادرست باشند. بنابراین فقط عبارت (الف) الزاماً صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۴- هواپیمایی به جرم  $80$  تن با تندی  $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  از روی باند فرودگاه شروع به پرواز می‌کند و با تندی  $540 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  به ارتفاع  $2500$  متری از سطح زمین

می‌رسد. اندازه کار نیروی وزن و کار کل انجام شده روی هواپیما به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟  $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$  (براساس تمرین کتاب

درسی)

(۱)  $5 \times 10^8, 2 \times 10^8$  (۲)  $5 \times 10^9, 2 \times 10^8$

(۳)  $5 \times 10^8, 2 \times 10^9$  (۴)  $5 \times 10^9, 2 \times 10^9$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	درسنامه	مقال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۱	۸	۵	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	آسان

برای مرور نکات مهم مربوط به این سؤال می‌توانید به درسنامه‌های ارائه شده در سؤالات قبل مراجعه کنید.

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.



این سؤال را در دو گام زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبه کار نیروی وزن

$$W_{mg} = -mgh = -80 \times 10^3 \times 10 \times 2500 = -2 \times 10^9 \text{ J}$$

گام دوم: محاسبه کار کل

$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

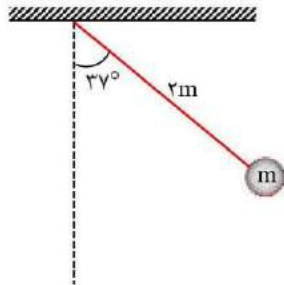
$$\Rightarrow W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} \times 80 \times 10^3 \times (150^2 - 100^2) = 5 \times 10^8 \text{ J}$$

دقت: ۳۶۰ و ۵۴۰ کیلومتر بر ساعت به ترتیب معادل ۱۰۰ و ۱۵۰ متر بر ثانیه هستند.

این سؤال براساس تمرین ۱۲ در انتهای فصل سوم کتاب درسی فیزیک دهم رشته تجربی طرح شده است.

www.biomaze.ir

۵- مطابق شکل آونگی به طول ۲ متر را  $37^\circ$  از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می‌کنیم. تندی حرکت گلوله آونگ در پایین‌ترین نقطه



مسیر چند متر بر ثانیه است؟  $\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

۲ (۲)

۴ (۴)

$\sqrt{2}$  (۱)

$2\sqrt{2}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناخته سوال	پایه	مبحث	این تست دارای...	درسنامه	مثال	بخش اگر...	درجه (سختی)	میزان
درجه از ۱۰	۲	۸	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سه	آسان

(۱) در سؤالاتی که نیروهای غیرپایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی استفاده کنیم.

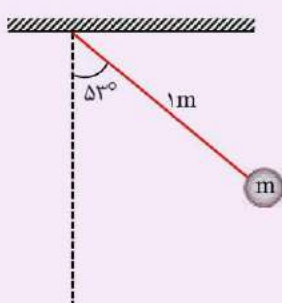
$$E \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

(۲) در رابطه فوق  $K$  انرژی جنبشی است و  $U$  انرژی پتانسیل می‌باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی و یا پتانسیل الکتریکی باشد و نیاز است در حل سؤالات انواع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

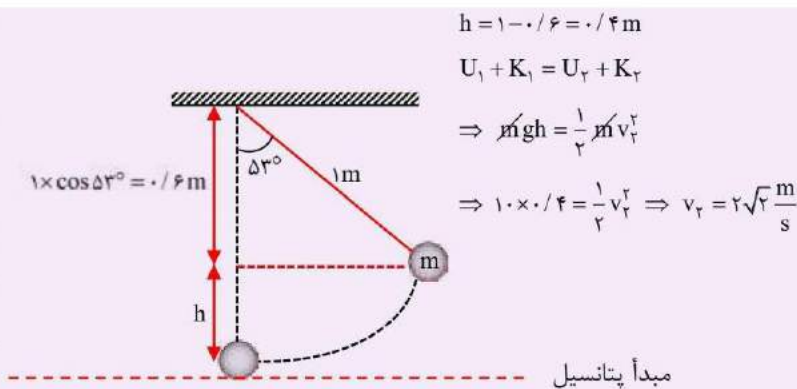
مثال:

مطابق شکل آونگی به طول یک متر را  $53^\circ$  از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می‌کنیم. تندی حرکت گلوله آونگ در پایین‌ترین نقطه مسیر چند متر بر ثانیه است؟  $\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$



کافی است بین پایین‌ترین نقطه مسیر (مبدأ پتانسیل) و نقطه شروع حرکت از پایستگی انرژی استفاده کنیم. باتوجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:

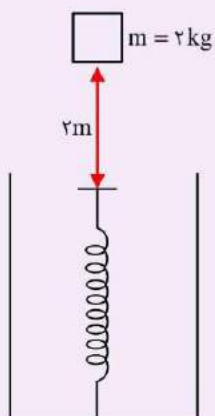




مثال:

مطابق شکل وزنه‌ای به جرم  $2 \text{ kg}$  را بدون سرعت اولیه از  $2$  متری بالای فنری قائم به سمت فنر رها می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف‌نظر کنیم و بیشینه انرژی ذخیره شده در فنر  $46 \text{ J}$  باشد، بیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟  $\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

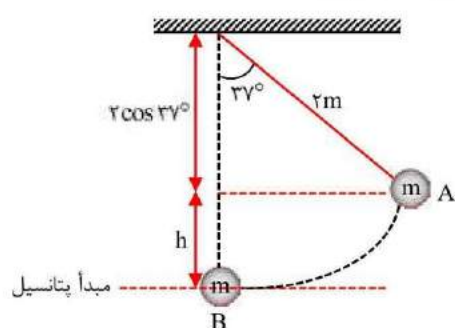
فرض می‌کنیم فنر پس از برخورد جسم به آن، حداکثر به اندازه  $x$  فشرده شود، در این صورت با نوشتن پایستگی انرژی داریم:



$$\begin{aligned}
 U_1 + K_1 &= U_2 + K_2 \\
 mg(2+x) &= U \\
 \Rightarrow 2 \times 10(2+x) &= 46 \\
 \Rightarrow x &= 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

بچه‌ها، پایین‌ترین وضعیت فنر را مبدأ پتانسیل گرفته‌ایم. پس ارتفاع اولیه جسم،  $2+x$  متر می‌شود.

مطابق شکل زیر و با استفاده از پایستگی انرژی، می‌توانیم سرعت گلوله آونگ را در پایین‌ترین نقطه مسیر به دست آوریم.



$$\begin{aligned}
 E_A &= E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \\
 \Rightarrow mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 \\
 \Rightarrow 1 \times 0.4 &= \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{0.8} \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

اگر ...

اگر جرم گلوله آونگ برابر  $1\text{ kg}$  باشد و در طول مسیر  $2\text{ J}$  از انرژی آن تلف شود، تندی گلوله در پایین‌ترین نقطه مسیر چند ژول خواهد بود؟  
پاسخ: انرژی اولیه گلوله برابر است با:

$$E_A = U_A + K_A \Rightarrow E_A = mgh = 1 \times 10 \times 4 = 4\text{ J}$$

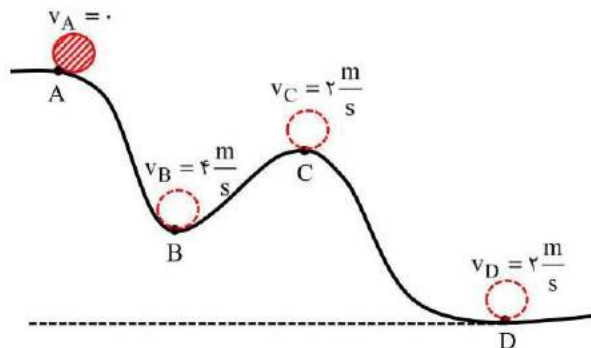
$2\text{ J}$  از این انرژی در طول مسیر تلف می‌شود، بنابراین انرژی گلوله در پایین‌ترین نقطه مسیر برابر  $4 - 2 = 2\text{ J}$  خواهد بود.

$$E_B = 2\text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times v_B^2 = 2 \Rightarrow v_B = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

این سؤال براساس تمرین ۱۹ در انتهای فصل سوم کتاب درسی فیزیک دهم رشته تجربی طرح شده است.

### گروه آموزشی ماز

۶ - مطابق شکل، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه از نقطه A رها شده و تندی آن در نقاط مختلف مسیر مشخص شده است. کدامیک از عبارات‌های زیر در مورد این جسم نادرست است؟



(۱) در مسیر C تا D، کار خالص انجام شده روی جسم صفر است.

(۲) در مسیر B تا C، کار نیروی وزن روی جسم منفی است.

(۳) در مسیر A تا B، انرژی پتانسیل گرانشی جسم کاهش یافته است.

(۴) در مسیر C تا D، انرژی مکانیکی جسم ثابت است.

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست	درسمانه	مثال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۵	۹	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	۳	۳	۳	مختی	متوسط

هریک از گزینه‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

بررسی گزینه (۱): باتوجه به این‌که تندی جسم در نقاط C و D یکسان است، انرژی جنبشی آن هم در این دو نقطه برابر است، بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار خالص (کار کل) انجام شده روی جسم صفر است. باتوجه به این توضیحات، این عبارت صحیح است.

بررسی گزینه (۲): در مسیر B تا C، جسم بالا رفته است، بنابراین کار نیروی وزن منفی است و این عبارت هم صحیح است.

بررسی گزینه (۳): در مسیر A تا B، ارتفاع جسم کم شده است، بنابراین طبق رابطه  $U = mgh$ ، انرژی پتانسیل جسم کاهش یافته است. بنابراین این عبارت هم درست است.

بررسی گزینه (۴): در مسیر C تا D، انرژی جنبشی جسم ثابت است ولی چون ارتفاع کم شده است، انرژی پتانسیل جسم کاهش یافته است و در نتیجه انرژی مکانیکی هم کم شده است. باتوجه به این توضیحات، این عبارت نادرست است.

ثابت کاهش

$$E = U + K \Rightarrow E \text{ کاهش می‌یابد.}$$

www.biomaze.ir

۷ - مطابق شکل یک چتر باز به جرم  $100\text{ kg}$  بدون تندی اولیه از ارتفاع  $1600$  متری از سطح زمین سقوط می‌کند. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت و برابر  $750\text{ N}$  فرض شود، چتر باز با تندی چند متر بر ثانیه به زمین می‌رسد؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱)  $40\sqrt{5}$

(۲)  $40$

(۳)  $20\sqrt{5}$

(۴)  $20$

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست	در برنامه	مثال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۲	۸	۶	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	☒	☒	☑	سختی	متوسط

مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \\ W_{\text{کل}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} \end{cases} \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{\text{fD}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow +mgh - f_D h = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow 100 \times 10 \times 1600 - 750 \times 1600 = \frac{1}{2} \times 100 \times v_f^2$$

$$\Rightarrow 250 \times 1600 = 50 \times v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 8000 \Rightarrow v_f = \sqrt{8000} = 40 \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر ...

اگر مقاومت هوا وجود نداشت، چتر باز با تندی چند متر بر ثانیه به زمین می رسید؟  
پاسخ: در این صورت با استفاده از پایداری انرژی می توان نوشت:

$$E_i = E_f \Rightarrow U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_f^2$$

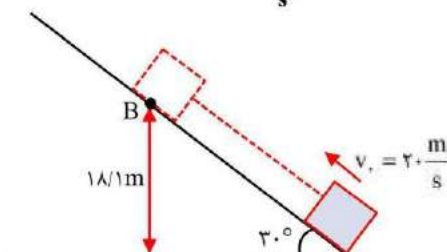
$$\Rightarrow 10 \times 1600 = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 20 \times 1600 \Rightarrow v_f = 80 \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

این سؤال براساس مثال ۳-۷ در صفحه ۶۲ کتاب درس فیزیک دهم رشته تجربی طرح شده است.

### گروه آموزشی ماز

۸- مطابق شکل، جسمی با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از پایین سطح شیبدار به سمت بالا پرتاب می شود. جسم حداکثر تا نقطه B بالا رفته و برمی گردد تا دوباره به پایین سطح شیبدار برسد. تندی جسم هنگامی که به پایین سطح شیبدار برمی گردد چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، نیروی اصطکاک در کل مسیر ثابت فرض شود).



۱۸ (۱)

۱۶ (۲)

۱۴ (۳)

۱۰ (۴)

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست	در برنامه	مثال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۳	۷	۷	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	☒	☒	☑	سختی	متوسط

گام اول: محاسبه انرژی مکانیکی جسم در ابتدای حرکت و در نقطه B:

$$E_A = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m \times 20^2 = 200 m$$

$$E_B = mgh = m \times 10 \times 18/1 = 180 m$$



بنابراین در مسیر بالا رفتن جسم، به اندازه  $19\text{m}$  از انرژی آن به دلیل اصطکاک تلف شده است.

**گام دوم:** باتوجه به آن که طول مسیر بالا رفتن و پایین آمدن برابر است و نیروی اصطکاک هم ثابت فرض شده است، در مسیر برگشت هم به اندازه  $19\text{m}$  دیگر از انرژی جسم کم می‌شود و انرژی آن به  $E = 162\text{m}$  می‌رسد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$E = 162\text{m} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 162\text{m} \Rightarrow v^2 = 324 \Rightarrow v = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت کنید که برای حل این سؤال نیازی به دانستن جرم جسم نداشتیم.

اگر ...  
اگر مقدار متوسط نیروی اصطکاک را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟ فرض کنید جرم جسم برابر  $2\text{kg}$  باشد.  
پاسخ: ابتدا طول مسیر حرکت جسم را به دست می‌آوریم.

باتوجه به این که در مسیر رفت،  $19\text{m} = 19 \times 2 = 38\text{J}$  انرژی تلف شده است، می‌توان نتیجه گرفت که کار نیروی اصطکاک برابر  $-38\text{J}$  است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$W_f = -f_k d \Rightarrow -38 = -f_k \times 36/2 \Rightarrow f_k = \frac{190}{181}\text{N}$$

www.biomaze.ir

۹- یک بالابر با توان  $400$  وات در مدت  $4$  دقیقه، جسمی به جرم  $200$  کیلوگرم را  $6$  متر بالا می‌برد. بازده این بالابر چند درصد است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

۱۲/۵ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	در برنامه	مثال	بخش اگر...	درجه سختی	میزان
درجه از ۱ تا ۵	۲	۶	۶	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده

(۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

باتوجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود، می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی (مثلاً موتور خودرو) شود.

(۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

مثال:

پمپ آبی با توان  $10\text{kw}$  در هر ساعت،  $120000$  لیتر آب با چگالی  $1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  را به اندازه  $8$  متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$$P_{\text{واقعی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{12000 \times 10 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3} \text{ W}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{واقعی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \frac{\frac{8000}{3}}{10000} = \frac{4}{15} \approx 26.6\%$$

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبه توان واقعی بالابر

$$P = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{200 \times 10 \times 6}{4 \times 60} = 50 \text{ W}$$

گام دوم: محاسبه بازده

$$Ra = \frac{P_{\text{واقعی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \frac{50}{400} = 0.125 = 12.5\%$$

این سؤال براساس مثال ۳-۱۶ فصل سوم در کتاب درسی فیزیک دهم رشته تجربی طرح شده است.

### گروه آموزشی ماز

۱۰- در شرایط خلأ، جسمی با تندی  $v_1$  در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌شود تا حداکثر به ارتفاع  $h$  از سطح زمین برسد. اگر تندی

جسم در ارتفاع‌های  $\frac{h}{2}$  و  $\frac{3h}{4}$  از سطح زمین به ترتیب  $v_1$  و  $v_2$  باشد، نسبت  $\frac{v_1}{v_2}$  کدام است؟

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

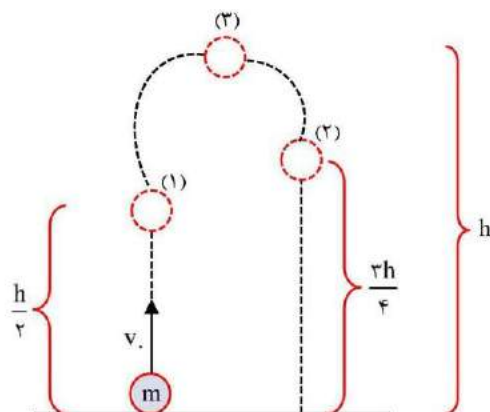
$$(1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	این تست دارای...	درسنامه	مثال	بخش اگر...	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۱	۸	۷	سوال	دهم	کار و انرژی	دارای...	دارای...	دارای...	دارای...	سهگنی	متوسط

**روش اول:** برای مرور نکات مربوط به پایستگی انرژی می‌توانید به درسنامه‌های ارائه شده در پاسخ سؤالات قبل مراجعه کنید. برا حل کردن این سؤال،

مطابق با شکل زیر، دوبار از پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow mg \frac{h}{2} + \frac{1}{2} m v_1^2 = mgh$$

$$\Rightarrow v_1^2 = gh \Rightarrow v_1 = \sqrt{gh}$$

$$E_2 = E_3 \Rightarrow mg \frac{3h}{4} + \frac{1}{2} m v_2^2 = mgh$$

$$\Rightarrow v_r^2 = \frac{1}{r} gh \Rightarrow v_r = \sqrt{\frac{gh}{r}}$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{v_1}{v_r} = \frac{\sqrt{\frac{gh}{r}}}{\sqrt{\frac{gh}{r}}} = \frac{1}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}$$

روش دوم:

☀ نکته) اگر در شرایط خلأ، جسمی را با سرعت اولیه  $V_1$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب کنیم و جسم حداکثر تا ارتفاع  $h$  بالا برود، آنگاه تندی جسم در  $\frac{m}{n}$  ارتفاع اوج، برابر است با  $V_1 \times \sqrt{1 - \frac{m}{n}}$ .

طبق این نکته داریم:

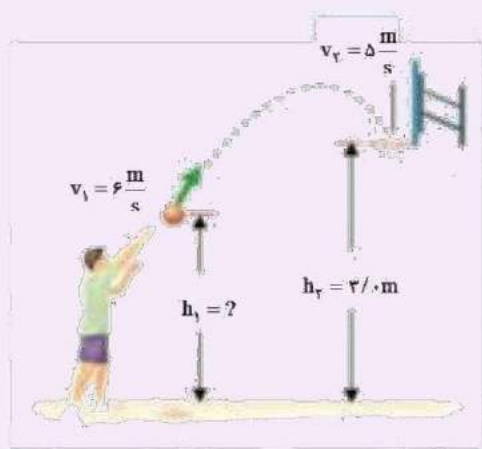
$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{V_1 \sqrt{1 - \frac{1}{r}}}{V_1 \sqrt{1 - \frac{r}{r}}} = \frac{1}{\sqrt{r}} = \sqrt{r}$$

این تست براساس یکی از تست‌های کنکور ریاضی ۹۹ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

#### تست کنکور ریاضی ۹۹

در شکل زیر ورزشکار توپ را با تندی اولیه  $6 \frac{m}{s}$  پرتاب می‌کند و اندازه سرعت توپ هنگام ورود به سبد

چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است).



راه‌حل: کافی است بین نقطه پرتاب و سبد پایستگی انرژی را بنویسیم.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

ساده کردن  $m$   $\rightarrow 10 \cdot h_1 + \frac{1}{2} \times 6^2 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5^2 \Rightarrow h_1 = 2/45 m$



۱۱ - یک کشتی باری حامل نفت به جرم مساوی با جرم خود کشتی است و با سرعت ثابت به سمت شرق در حال حرکت است. به دستور ناخدا، نیمی از محموله نفت کشتی تخلیه شده و جهت حرکت کشتی به سمت شمال تغییر کرده و با ۲۰ درصد تندی بیشتر به حرکتش ادامه می‌دهد. انرژی جنبشی کشتی چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟

(۲) ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

(۱) ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۸ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۸ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۶	۵	۵	سوال	دهم	انرژی جنبشی	ترکیب و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	فصل اول یازدهم	سختی	ساده

(۱) انرژی جنبشی یک جسم مطابق با رابطه زیر به دست می‌آید.

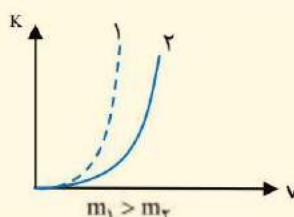
$$k = \frac{1}{2}mv^2$$

(۲) مطابق رابطه فوق، هر ژول معادل با  $\frac{\text{متر مربع} \times \text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$  است.

(۳) برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم می‌توان نوشت:

$$k = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

نمودار انرژی جنبشی جسم بر حسب تندی آن:



مثال ۷

تندی حرکت جسم A،  $\frac{m}{s}$  بیش‌تر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A، ۲۱ درصد بیش‌تر از B باشد، تندی حرکت B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر  $v + \frac{m}{s}$  است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{121}{100} = 1 \times \left(\frac{v + \frac{m}{s}}{v}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{v + \frac{m}{s}}{v} \Rightarrow v = \frac{m}{s}$$

هر چند ۵۰ درصد محموله کشتی تخلیه شده ولی جرم کل کشتی ۲۵ درصد کاهش یافته است. (جرم خود کشتی نیز باید در نظر گرفته شود).

$$m_2 = 0.75m_1$$

تغییر جهت حرکت کشتی تأثیری در انرژی جنبشی آن ندارد ولی تندی کشتی ۲۰ درصد افزایش یافته است:

$$v_2 = 1.2v_1$$

پس انرژی جنبشی کشتی ۸ درصد افزایش یافته است.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 0.75 \times (1.2)^2 = 1.08$$

گروه آموزشی ماز

۱۲ - جسمی تحت تأثیر سه نیروی  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. کار انجام شده توسط هر یک از این سه نیرو و در این جابه‌جایی به ترتیب  $120\text{J}$ ،  $-40\text{J}$  و  $-50\text{J}$  است و تندی جسم در نقطه B، ۲ برابر تندی جسم در نقطه A می‌باشد. در این جابه‌جایی اگر نیروی  $\vec{F}_3$  حذف شود، تندی جسم در نقطه B چند برابر تندی جسم در نقطه A می‌شود؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۸	۸	۸	سؤال	دهم	کار و انرژی جنبشی	و ترکیب			سختی	متوسط

قضیه کار - انرژی جنبشی:

به طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و یا اینکه مسیر حرکت جسم ناهموار باشد که در این صورت محاسبه کار برآیند نیروها در یک جابه‌جایی مشخص دشوار است. در این حالت‌ها قضیه کار - انرژی جنبشی به کمک ما می‌آید و بیان می‌کند که برای محاسبه کار برآیند نیروها کافی است انرژی جنبشی جسم را در ابتدا و انتهای مسیر بدانیم:

$$W_{\text{ج}} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

(۲) مطابق رابطه فوق، اگر کار کل انجام شده روی یک جسم صفر باشد، یا تندی اولیه با تندی ثانویه جسم برابر است یا تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت است. اگر کار کل مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابند و اگر کار کل منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابند.

(۳) دقت کنید کار کل انجام شده روی جسم به‌طور مستقیم اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

مثال ۸

تندی حرکت اتومبیلی به جرم  $1000\text{kg}$  از  $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به  $30\frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. کار کل انجام شده روی اتومبیل چند ژول است؟

$$W_{\text{ج}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (30^2 - 20^2) = 250000\text{J}$$

گام اول: جسم تحت تأثیر سه نیروی  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  قرار دارد و کار حاصل از این سه نیرو در جابه‌جایی از A تا B، تندی جسم را از  $v_A$  به  $v_B$  می‌رساند:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = K_B - K_A \Rightarrow 120 - 40 - 50 = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$30 = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{(v_B = 2v_A)} 30 = \frac{1}{2} m (4v_A^2 - v_A^2) \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = 10 \quad (I)$$

گام دوم: نیروی  $\vec{F}_3$  حذف می‌شود و جسم با استفاده از کار حاصل از دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  بین A و B جابه‌جا می‌شود و تندی‌اش از  $v_A$  به  $v'_B$  می‌رسد:

$$W'_t = \Delta K' \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} = K'_B - K_A \Rightarrow 120 - 40 = \frac{1}{2} m v_B'^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow 80 = \frac{1}{2} m (v_B'^2 - v_A^2) \quad (II)$$

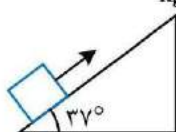
از تقسیم رابطه (II) بر رابطه (I) داریم:

$$\frac{\frac{1}{2} m (v_B'^2 - v_A^2)}{\frac{1}{2} m v_A^2} = \frac{80}{10} \Rightarrow \frac{v_B'^2 - v_A^2}{v_A^2} = 8 \Rightarrow v_B'^2 - v_A^2 = 8v_A^2$$

$$\Rightarrow v_B'^2 = 9v_A^2 \Rightarrow \left(\frac{v'_B}{v_A}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{v'_B}{v_A} = 3$$

www.biomaze.ir

۱۳ - مطابق شکل، جسمی به جرم  $2\text{kg}$  با تندی  $4\frac{\text{m}}{\text{s}}$  از پایین سطح شیب‌دار به سمت بالا پرتاب می‌شود و پس از پیمودن مسافت  $2\text{m}$  متوقف می‌شود. اگر جسم با تندی  $14\frac{\text{m}}{\text{s}}$  از پایین سطح شیب‌دار پرتاب شود بر روی سطح شیب‌دار چند متر بالا می‌رود؟ ( $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ،  $\sin 37^\circ = 0.6$ )



(۲) ۵

(۴) ۱۰

(۱) ۴

(۳) ۸



مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۹	۸	سوال	دهم	کار و انرژی جنبشی و کار برآیند	و ترکیب			سختی	متوسط

کار نیروی اصطکاک جنبشی:

با توجه به این که نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است،  $\cos \alpha = -1$  خواهد بود و در نتیجه کار آن منفی می‌باشد.

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = -f_k d$$

در صورتی که نیاز به محاسبه نیروی اصطکاک باشد، می‌توانیم از رابطه  $f_k = \mu_k N$  که در کتاب دوازدهم آمده است استفاده کنیم.

نیروی مقاومت هوا:

نیروی مقاومت هوا هم مانند اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است، بنابراین کار آن منفی خواهد بود. اگر این نیرو را با  $f_D$  نشان دهیم، داریم:

$$W_{f_D} = -f_D d$$

نکته (۱) هنگامی که جسمی بر روی سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود بر آن سه نیروی وزن، عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می‌شود. کار نیروی عمودی سطح در این حالت صفر است، بنابراین مطابق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

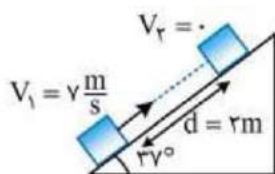
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_{f_k} = K_f - K_i$$

نکته (۲) هرگاه جسمی بر روی سطح شیب داری که زاویه شیب آن  $\theta$  است به اندازه  $d$  جابه‌جا شود، کار نیروی وزن وارد بر جسم برابر است با:

$$W_g = \pm mgd \sin \theta$$

علامت مثبت برای زمانی است که جسم به سمت پایین حرکت می‌کند و علامت منفی وقتی استفاده می‌شود که جسم به سمت بالا حرکت کند.

گام اول: جسم با تندی  $\frac{m}{s}$  از پایین سطح شیب‌دار به سمت بالا پرتاب می‌شود و پس از پیمودن مسافت  $2m$  متوقف می‌شود، پس:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_{f_k} = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow -mg(d \sin 37^\circ) - f_k d = 0 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 \times 2 \times 0.6 - f_k \times 2 = -\frac{1}{2} \times 2 \times v_1^2 \Rightarrow -24 - 2f_k = -49 \Rightarrow f_k = \frac{25}{2} N$$

گام دوم: جسم را با تندی  $\frac{m}{s}$  به سمت بالای سطح شیب‌دار پرتاب می‌کنیم. با فرض اینکه جسم به اندازه  $d'$  بر روی سطح شیب‌دار بالا رود، داریم:

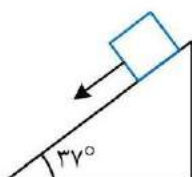
$$W_t' = \Delta K' \Rightarrow W_g' + W_{f_k}' = K_f' - K_i' \Rightarrow -mg(d' \sin 37^\circ) - f_k d' = 0 - \frac{1}{2} m v_1'^2$$

$$\Rightarrow -2 \times 10 \times d' \times 0.6 - \frac{25}{2} \times d' = -\frac{1}{2} \times 2 \times (14)^2 \Rightarrow -12d' - \frac{25}{2} d' = -(14)^2$$

$$\Rightarrow \frac{49}{2} d' = 14 \times 14 \Rightarrow d' = \frac{14 \times 14}{\frac{49}{2}} \times 2 = \frac{14 \times 14 \times 2}{49} = 8m$$

### گروه آموزشی ماز

۱۴- در شکل زیر، جسمی به جرم  $1kg$  از بالای سطح شیب‌داری با تندی اولیه  $\frac{m}{s}$  و شتاب ثابت  $\frac{2}{s}$  شروع به حرکت می‌کند. کار نیروی وزن جسم در



۲ ثانیه دوم حرکت چند ژول است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۹۱ (۲)

۸۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

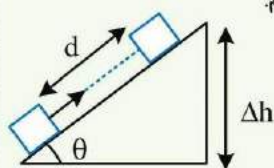
۱۰۸ (۳)

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۷	۷	سوال	دهم	کار نیروی وزن	و ترکیب			سختی	متوسط



کار نیروی وزن جسم برابر است با منهای تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی:  $W_g = -\Delta U$

نکته: در مسائل سطح شیب‌دار برای محاسبه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم کافی است در ابتدا تغییر فاصله عمودی جسم که از حاصل ضرب میزان جابه‌جایی جسم بر روی سطح شیب‌دار و سینوس زاویه سطح شیب‌دار به دست می‌آید را به دست آوریم و سپس از رابطه زیر استفاده کنیم:



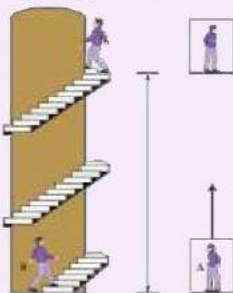
$$\Delta h = d \sin \theta$$

$$\Delta U = \pm mg \Delta h = \pm mgd \sin \theta$$

جسم بر روی سطح به سمت بالا جابه‌جا شود +  
جسم بر روی سطح به سمت پایین جابه‌جا شود -

مثال ۹ (برگرفته از تمرین کتاب درسی)

مطابق شکل روبه‌رو، دو شخص هم جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسانسور و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمانی بالا می‌رود. گزاره‌های درست و نادرست را با ذکر دلیل مشخص کنید.



الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

ب) انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقه سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.

ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم ساختمان یکسان است.

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست. زیرا انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم به تندی حرکت بستگی ندارد و به شتاب گرانشی و ارتفاع جسم بستگی دارد.

ب) نادرست. زیرا انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم به مسافت پیموده شده توسط جسم بستگی ندارد.

پ) درست. می‌دانیم که کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم رو به بالا برابر است با:

$$W_{mg} = mgh \cos 180^\circ = -mgh$$

چون m، g و h برای هر دو شخص یکسان است، پس کار نیروی وزن هر دو شخص برابر است.

ت) درست. طبق رابطه  $U = mgh$  چون m، g و h برای هر دو شخص برابر است، پس انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص نیز یکسان است.

حرکت جسم بر روی سطح شیب‌دار، شتاب‌دار ثابت است، بنابراین میزان جابه‌جایی آن در ۲ ثانیه دوم حرکت برابر است با:

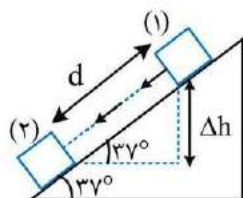
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 3t \Rightarrow \Delta x = t^2 + 3t$$

$$t_1 = 2s \Rightarrow \Delta x_1 = (2)^2 + 3 \times 2 = 10m$$

$$t_2 = 4s \Rightarrow \Delta x_2 = (4)^2 + 3 \times 4 = 28m$$

$$\Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 28 - 10 = 18m$$



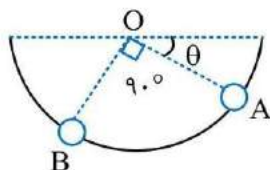
اکنون برای محاسبه کار نیروی وزن در این جابه‌جایی، داریم:

$$W_g = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2) = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_g = mg(d \sin \theta) = 1 \times 10 \times 18 \times 0.6 = 108J$$

www.biomaze.ir

۱۵ - مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم ۱kg را روی یک مسیر دایره‌ای شکل بدون اصطکاک به مرکز O و شعاع ۳۰cm از نقطه A رها می‌کنیم. انرژی پتانسیل



گرانشی گلوله در جابه‌جایی از A به B چند ژول تغییر می‌کند؟  $(g = 10 \frac{N}{kg}, \sin \theta = \frac{1}{3})$

$$1 - \sqrt{3} \quad (2)$$

$$1 - 2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} - 1 \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} - 1 \quad (3)$$

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آزمایشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه ۱۰	۷	۸	۸	سؤال	دهم	انرژی پتانسیل گرانشی	پیش نیاز و ترکیب	۵	۵	سختی	میزان سختی

(۱) در سؤالاتی که نیروهای غیر پایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی پایسته می ماند و می توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی استفاده کنیم.

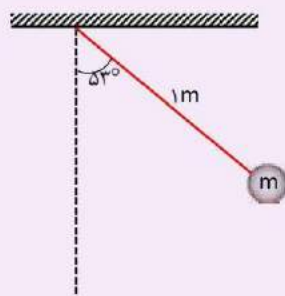
$$E \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

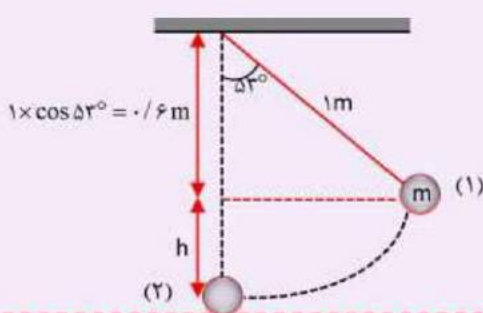
(۲) در رابطه فوق  $K$  انرژی جنبشی است و  $U$  انرژی پتانسیل می باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی و یا پتانسیل الکتریکی باشد و نیاز است در حل سؤالات انواع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

مثال ۱۰

مطابق شکل آونگی به طول یک متر را  $53^\circ$  از وضع تعادل دور کرده و سپس از حال سکون رها می کنیم. تندی حرکت گلوله آونگ در پایین ترین نقطه مسیر چند متر بر ثانیه است؟  $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$



کافی است بین پایین ترین نقطه مسیر (مبدأ پتانسیل) و نقطه شروع حرکت از پایستگی انرژی استفاده کنیم. با توجه به شکل مقابل می توان نوشت:



مبدأ پتانسیل

$$h = 1 - 0.6 = 0.4 \text{ m}$$

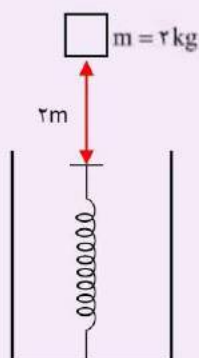
$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 1 \times 10 \times 0.4 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

مثال ۱۱

مطابق شکل وزنه ای به جرم  $2 \text{ kg}$  را بدون سرعت اولیه از  $2$  متری بالای فتری قائم به سمت فتر رها می کنیم. اگر از جرم فتر و مقاومت هوا صرف نظر کنیم و بیشینه انرژی ذخیره شده در فتر  $46 \text{ J}$  باشد، بیشینه تراکم طول فتر چند سانتی متر است؟  $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$



فرض می کنیم فتر پس از برخورد جسم به آن، حداکثر به اندازه  $x$  فشرده شود، در این صورت با نوشتن پایستگی انرژی داریم:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mg(2+x) = U$$

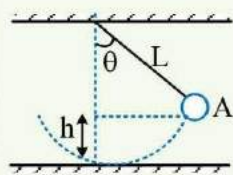
$$\Rightarrow 2 \times 10 \times (2+x) = 46$$

$$\Rightarrow x = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

بجاءها، پایین ترین وضعیت فتر را مبدأ پتانسیل گرانشی گرفته ایم. پس ارتفاع اولیه جسم،  $2+x$  متر می شود.



نکته) برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در ابتدا باید مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را مشخص کنیم که این مبدأ در مسائلی نظیر آونگ و یا حرکت گلوله در مسیر دایره‌ای شکل، پایین‌ترین نقطه حرکت گلوله می‌باشد. در مرحله بعد کافی است تا فاصله عمودی جسم را از مبدأ انرژی پتانسیل محاسبه کنیم:



$$U_A = mgh = mg(L - L \cos \theta)$$

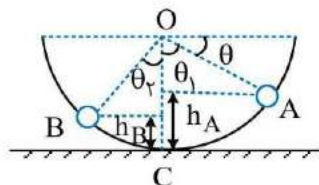
$$\Rightarrow U_A = mgL(1 - \cos \theta)$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

نکته ۲)

اگر گلوله آونگ در حالت اول، زاویه انحرافش از راستای قائم  $\alpha$  و در حالت دوم  $\beta$  باشد، اندازه تغییر ارتفاع گلوله آونگ در جابه‌جایی از حالت اول به حالت دوم از رابطه  $|\Delta h| = |L(\cos \beta - \cos \alpha)|$  به دست می‌آید.

پایین‌ترین نقطه از مسیر حرکت گلوله یعنی نقطه C را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب می‌کنیم سپس زوایای مشخص شده  $\theta_1$  و  $\theta_2$  بر روی شکل را بر حسب زاویه  $\theta$  به دست می‌آوریم:



$$\theta_1 + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 90^\circ - \theta$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \theta_1 = 90^\circ - (90^\circ - \theta) = \theta$$

در مرحله بعد، فاصله عمودی نقاط A و B از مبدأ انرژی پتانسیل را محاسبه می‌کنیم:

$$h_A = R - R \cos \theta_1 = R - R \cos(90^\circ - \theta) = R - R \sin \theta$$

$$h_B = R - R \cos \theta_2 = R - R \cos \theta$$

و در پایان محاسبه خواسته تست:

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A = mg(h_B - h_A)$$

$$\Rightarrow \Delta U = mg(R - R \cos \theta - R + R \sin \theta) = mgR(\sin \theta - \cos \theta)$$

$$\sin \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Delta U = mgR\left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = 1 \times 10 \times 0.3 \times \frac{(1 - 2\sqrt{2})}{3} = 1 - 2\sqrt{2}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۶ - جسمی به جرم ۴ kg از سطح زمین با سرعت  $10.8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  به سمت بالا پرتاب می‌شود. در چه ارتفاعی از سطح زمین انرژی جنبشی جسم ۴ برابر انرژی پتانسیل گرانشی آن می‌باشد؟ (مقاومت هوا بسیار ناچیز است. سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۷/۷۵ (۴)

۹ (۳)

۱۱/۲۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شداسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه ۱۰	۶	۷	۷	سوال	دهم	انرژی مکانیکی					

انرژی مکانیکی از مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در هر نقطه بدست می‌آید.

$$E = K + U$$

اگر فرض کنیم نیروی تلف کننده جسم در طول مسیر ناچیز باشد آن گاه انرژی مکانیکی جسم در تمام طول مسیر مقدار یکسانی خواهد داشت. به این نتیجه اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌گویند.

$$E_1 = E_2$$

یه چندتا نتیجه کنکوری! خوب ارزش بگیریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$K_2 - K_1 + U_2 - U_1 = 0$$



$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

از لحاظ مقداری می توان به صورت زیر هم مقایسه کرد:

$$|\Delta K| = |\Delta U|$$

چون **مقاومت هوا نداریم** پس انرژی مکانیکی در تمام نقاط با همدیگر برابر است.

نکته (۱) بچه ها این تبدیل واحد رو یادگیرین خوبه:

$$\frac{km}{h} \xleftrightarrow[\times \frac{1}{1.8}]{\times \frac{5}{18}} \frac{m}{s}$$

نکته (۲) جواستون به **سطح مینا** باشه داخل این سوالات مشکل گشاست!!

اول سرعت جسممون رو باید به  $\frac{m}{s}$  تبدیل کنیم.

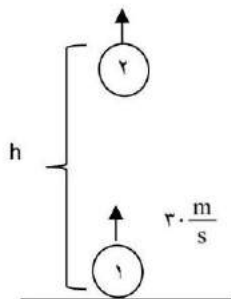
$$\frac{m}{s} \xleftrightarrow[\times \frac{1}{1.8}]{\times \frac{5}{18}} \frac{km}{h}$$

$$10.8 \frac{km}{h} \times \frac{5}{18} = 6 \times 5 = 30 \frac{m}{s}$$

در مرحله بعد پیوستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه را می نویسیم (مقاومت هوا ناچیز است).

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

در نقطه ۱ انرژی پتانسیل صفر می باشد چون جسم روی زمین است و در نقطه ۲ داریم:



$$K_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \Delta U_2$$

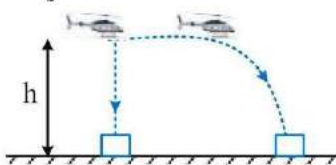
$$\frac{1}{2}mv^2 = \Delta U_2 = \Delta(mgh)$$

$$\frac{1}{2}(30)^2 = \Delta(1 \times h) \rightarrow h = 9m$$

بریم سراغ ادامه سوال:

www.biomaze.ir

۱۷ - مطابق شکل، هلی کوپتر در ارتفاع  $h$  از سطح زمین در حالت سکون قرار دارد و بسته ای را رها می کند، سپس به حرکت خود در ارتفاع  $h$  ادامه می دهد و در لحظه ای که تندی اش به  $10\sqrt{7} \frac{m}{s}$  می رسد، بسته مشابه دیگری را رها می کند. اگر اختلاف تندی بسته ها، به هنگام برخورد به زمین  $10 \frac{m}{s}$  باشد،



$h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

۳۰ (۱)

۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۵	۸	۹	۹	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	انرژی و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

قانون بقای انرژی مکانیکی: هرگاه نیروهای تلف کننده انرژی مانند اصطکاک و مقاومت هوا در مسیر حرکت یک جسم وجود نداشته باشد انرژی مکانیکی جسم ثابت می ماند و به عبارتی تغییر انرژی مکانیکی صفر است:

$$\Delta E = 0 \Rightarrow E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow E_2 = E_1$$

انرژی مکانیکی جسم در یک نقطه، مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی جسم در آن نقطه می باشد، بنابراین رابطه بالا را می توان به صورت زیر نوشت:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

گلوله‌ای در شرایط خلأ، از سطح زمین با سرعت اولیه‌ی  $30 \frac{m}{s}$  در امتداد قائم، به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. سپس انرژی مکانیکی اولیه گلوله را به دست می‌آوریم. پس داریم:

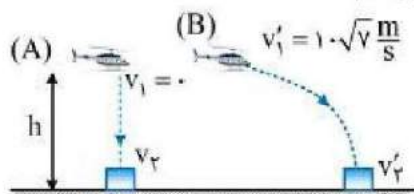
$$E = K + U = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m V^2 \quad (*)$$

حال فرض می‌کنیم در ارتفاع  $h$  از سطح زمین، انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی شده است، پس داریم:

$$K = \frac{1}{2} U$$

$$E = K + U = \frac{1}{2} U + U \xrightarrow{\text{(انرژی مکانیکی در همه نقاط برابر است)}} \frac{1}{2} m V^2 = \frac{3}{2} m g h \Rightarrow h = \frac{V^2}{3g} = \frac{30^2}{3 \times 10} = 30 \text{ m}$$

گام اول: مطابق شکل زیر، قانون بقای انرژی مکانیکی را برای بسته رها شده در دو وضعیت هلی کوپتر می‌نویسیم:



$$(A) : E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (I)$$

$$(B) : E_1' = E_2' \Rightarrow U_1' + K_1' = U_2' + K_2' \Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m v_1'^2 = 0 + \frac{1}{2} m v_2'^2$$

$$\Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{1}{2} m v_2'^2 \quad (II)$$

طرفین دو رابطه (I) و (II) را از هم، کم می‌کنیم، در نتیجه:

$$\frac{1}{2} m v_1'^2 = \frac{1}{2} m v_2'^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_1'^2 = v_2'^2 - v_2^2 \Rightarrow v_2'^2 - v_2^2 = (10\sqrt{2})^2 = 200$$

$$\Rightarrow (v_2' - v_2)(v_2' + v_2) = 200 \quad (III)$$

گام دوم: چون اختلاف تندی جسم در لحظه برخورد به زمین در وضعیت A و B برابر  $10 \frac{m}{s}$  است. با توجه به رابطه (III) داریم:

$$(III) : 10 \times (v_2' + v_2) = 200 \Rightarrow v_2' + v_2 = 20$$

اکنون از حل معادله‌های زیر  $v_2'$  و  $v_2$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_2' + v_2 = 20 \\ v_2' - v_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow v_2 = 30 \frac{m}{s}, v_2' = 40 \frac{m}{s}$$

و در پایان با استفاده از رابطه (I)، ارتفاع  $h$  را به دست می‌آوریم:

$$(I) : mgh = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2} \times (30)^2 \Rightarrow 10 \cdot h = 450 \Rightarrow h = 45 \text{ m}$$



- ۱۸ - گلوله‌ای را از بالای یک ساختمان با تندی  $v$  به سمت زمین پرتاب می‌کنیم و گلوله با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به زمین می‌رسد. اگر همین گلوله را از زمین با تندی  $v$  به سمت بالا پرتاب کنیم با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به بالای ساختمان می‌رسد. ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله را در هر دو حالت ثابت و یکسان فرض کنید).
- (۱) ۵ (۲)  $7/5$  (۳) ۱۰ (۴)  $12/5$

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۰	۸	۷	۷	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی				سختی	متوسط

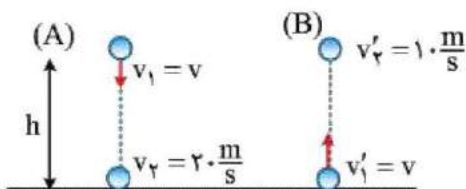
نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا توانایی تغییر انرژی مکانیکی یک جسم را دارا می‌باشند:

$$W_{\text{اصطکاک}} = \Delta E = E_f - E_i$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta E = E_f - E_i$$

چون کار این نیروها منفی است انرژی مکانیکی جسم در پایان حرکت، کمتر از شروع حرکت می‌شود و به عبارت دیگر بخشی از انرژی مکانیکی جسم تلف می‌شود.

چون گلوله در هر دو حالت مسافت یکسانی که برابر ارتفاع ساختمان است را طی می‌کند و نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در دو حالت یکسان فرض شده است، کار نیروی مقاومت هوا در دو حالت با یکدیگر برابر است. اکنون با توجه به شکل زیر، روابط انرژی مکانیکی را برای گلوله در دو حالت بالا رفتن و پایین آمدن می‌نویسیم:



$$(A) \text{ (وضعیت A): } E_f - E_i = W_f \Rightarrow (U_f + K_f) - (U_i + K_i) = W_f \Rightarrow (0 + \frac{1}{2}mv_f^2) - (mgh + \frac{1}{2}mv_i^2) = W_f$$

$$\frac{1}{2}m \times 20^2 - mgh - \frac{1}{2}mv^2 = W_f \Rightarrow 200 \cdot m - mgh - \frac{1}{2}mv^2 = W_f \quad (I)$$

$$(B) \text{ (وضعیت B): } E'_f - E'_i = W_f \Rightarrow (U'_f + K'_f) - (U'_i + K'_i) = W_f \Rightarrow (mgh + \frac{1}{2}mv_f'^2) - (0 + \frac{1}{2}mv_i'^2) = W_f$$

$$mgh + \frac{1}{2}m \times 10^2 - \frac{1}{2}mv^2 = W_f \Rightarrow mgh + 50 \cdot m - \frac{1}{2}mv^2 = W_f \quad (II)$$

با توجه به رابطه (I) و (II) داریم:

$$200 \cdot m - mgh - \frac{1}{2}mv^2 = mgh + 50 \cdot m - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2mgh = 150 \cdot m \Rightarrow 2gh = 150$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h = 150 \Rightarrow h = 7.5 \text{ m}$$

www.biomaze.ir

- ۱۹ - جسمی را در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر از لحظه پرتاب تا ارتفاع  $h$ ، کار نیروی وزن ۲ برابر کار نیروی مقاوم هوا باشد، نسبت تغییرات انرژی جنبشی جسم به تغییرات انرژی پتانسیل آن از لحظه پرتاب تا ارتفاع  $h$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۰	۷	۸	۷	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی و پتانسیل گرانشی				سختی	متوسط

در صورت وجود نیروهای تلف کننده انرژی مانند نیروی مقاومت هوا، روابط انرژی مکانیکی برای یک جسم در یک مسیر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E = W_f \Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f$$

$$W_g = -\Delta U$$

نکته) کار نیروی وزن در یک جابه‌جایی برابر است با منهای تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی در آن جابه‌جایی:



کار نیروی وزن ۲ برابر کار نیروی مقاومت هواست، پس:

$$W_g = 2W_F \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} W_g = \frac{1}{2} (-\Delta U) \Rightarrow W_F = -\frac{1}{2} \Delta U \quad (I)$$

اکنون با نوشتن رابطه انرژی مکانیکی برای جسم، داریم:

$$\Delta E = W_F \Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_F \xrightarrow{(I)} \Delta K + \Delta U = -\frac{1}{2} \Delta U \Rightarrow \Delta K = -\frac{3}{2} \Delta U \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta U} = -\frac{3}{2}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۰ - بالابری با بازده ۸۰ درصد وزنه‌ای را با تندی ثابت در مدت ۲۱۰۸ به بالای ساختمان می‌برد. اگر با بهینه سازی، اتلاف انرژی در بالابر را ۲۰ درصد کاهش دهیم، بالابر وزنه را در مدت چند ثانیه به بالای ساختمان می‌برد؟

۲۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۵	۷	۹	۹	سؤال	دهم	بازده					

(۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

با توجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود، می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی (مثلاً موتور خودرو) شود.

(۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

نکته (۲) توان تلف شده برابر است با تفاضل توان‌های ورودی و خروجی دستگاه  $P_W = P_{in} - P_{out}$

نکته (۳) برای محاسبه توان تولیدی یک دستگاه که باعث تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل جسم می‌شود، داریم:  $P = \frac{\Delta U + \Delta K}{\Delta t}$

مثال (۱۲)

پمپ آبی با توان ۱۰kw در هر ساعت، ۱۲۰۰۰۰ لیتر آب با چگالی  $1 \frac{g}{cm^3}$  را به اندازه ۸ متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$$P_{واقعی} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{120000 \times 10 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3} W$$

$$Ra = \frac{P_{واقعی}}{P_{اسمی}} = \frac{\frac{8000}{3}}{10000} = \frac{4}{15} \approx 26.6\%$$

گام اول: بازده بالابر ۸۰ درصد است، با فرض اینکه  $P_0$ ،  $P_1$  و  $P_W$  به ترتیب توان‌های ورودی، مفید و تلف شده باشد، داریم:

$$Ra = \frac{P_0}{P_1} = \frac{P_1 - P_W}{P_1} = 1 - \frac{P_W}{P_1} \Rightarrow 0.8 = 1 - \frac{P_W}{P_1} \Rightarrow \frac{P_W}{P_1} = 0.2 \quad (I)$$

چنانچه با بهینه‌سازی در ساختمان بالابر، اتلاف انرژی را ۲۰ درصد کاهش دهیم، راندمان آن به مقدار زیر افزایش پیدا خواهد کرد:

$$P'_w = P_w - 0.2P_w = 0.8P_w$$

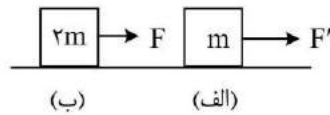
$$R'_a = \frac{P'_o}{P'_i} = \frac{P_i - P'_w}{P'_i} = 1 - \frac{P'_w}{P_i} = 1 - \frac{0.8P_w}{P_i} \xrightarrow{(I)} R'_a = 1 - 0.8 \times 0.2 = 1 - 0.16 = 0.84 = 84\%$$

دقت کنید که توان ورودی به بالابر یا همان توان مصرفی بالابر در هر دو حالت یکسان است و تغییر نمی‌کند.

گام دوم: اکنون با استفاده از رابطه بازده و توجه به این نکته که کار انجام گرفته توسط بالابر در هر دو حالت یکسان است، داریم:

$$R_a = \frac{P_o}{P_i} \Rightarrow \frac{R'_a}{R_a} = \frac{P'_o}{P_o} \xrightarrow{(P_o = \frac{W}{t})} \frac{R'_a}{R_a} = \frac{W'}{W} \times \frac{t}{t'} \Rightarrow \frac{84}{80} = 1 \times \frac{210}{t'} \Rightarrow t' = \frac{80 \times 210}{84} = \frac{80 \times 10}{4} = 20 \text{ s}$$

۲۱- در شکل (الف) جرم جعبه  $m$  بوده و با نیروی  $F'$  پس از مسافت  $d$  تندی جعبه از صفر به  $v$  می‌رسد. در شکل (ب) جرم جعبه  $2m$  بوده و با نیروی  $F$  پس از مسافت  $d$  تندی جعبه از صفر به  $v$  می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک وارد بر دو جعبه یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟



$$F > 2F' \quad (1)$$

$$F = 2F' \quad (2)$$

$$F < F < 2F' \quad (3)$$

(۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

پاسخ: گزینه ۳

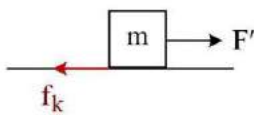
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شداسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۷	۸	سوال	دهم	مبحث کار و انرژی جنبشی	و ترکیب			سختی	سخت

$$W_t = K_f - K_i$$

(۱) اگر کار مثبت روی جسم انجام شود:

تندی جسم در حال افزایش می‌باشد. (حرکت تندشونده)

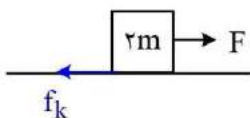
در حرکت جسم (الف) دو نیروی  $F'$  و اصطکاک با نیروی  $f_k$  کار انجام می‌دهند. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_{F'} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v^2 - 0^2) \rightarrow F'd - f_k d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$F' = \frac{mv^2}{2d} + f_k \quad (I)$$

در حرکت جسم (ب) دو نیروی  $F$  و اصطکاک وارد شده که چون نیروی اصطکاک با شکل (الف) یکسان بوده، این نیرو همان  $f_k$  خواهد بود. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} (2m) (v^2 - 0^2) \rightarrow Fd - f_k d = \frac{1}{2} (2m) v^2$$

$$F = \frac{mv^2}{d} + f_k \quad (II)$$

حال با توجه به معادله‌های (I) و (II) داریم:

$$F' = \frac{mv^2}{2d} + f_k \Rightarrow F' < F < 2F'$$

$$F = \frac{mv^2}{d} + f_k$$

چنانچه با بهینه‌سازی در ساختمان بالابر، اتلاف انرژی را ۲۰ درصد کاهش دهیم، راندمان آن به مقدار زیر افزایش پیدا خواهد کرد:

$$P'_w = P_w - 0.2P_w = 0.8P_w$$

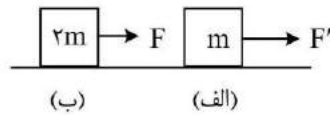
$$R'_a = \frac{P'_o}{P'_i} = \frac{P_i - P'_w}{P'_i} = 1 - \frac{P'_w}{P_i} = 1 - \frac{0.8P_w}{P_i} \xrightarrow{(I)} R'_a = 1 - 0.8 \times 0.2 = 1 - 0.16 = 0.84 = 84\%$$

دقت کنید که توان ورودی به بالابر یا همان توان مصرفی بالابر در هر دو حالت یکسان است و تغییر نمی‌کند.

گام دوم: اکنون با استفاده از رابطه بازده و توجه به این نکته که کار انجام گرفته توسط بالابر در هر دو حالت یکسان است، داریم:

$$R_a = \frac{P_o}{P_i} \Rightarrow \frac{R'_a}{R_a} = \frac{P'_o}{P_o} \xrightarrow{(P_o = \frac{W}{t})} \frac{R'_a}{R_a} = \frac{W'}{W} \times \frac{t}{t'} \Rightarrow \frac{84}{80} = 1 \times \frac{210}{t'} \Rightarrow t' = \frac{80 \times 210}{84} = \frac{80 \times 10}{4} = 20 \text{ s}$$

۲۱- در شکل (الف) جرم جعبه  $m$  بوده و با نیروی  $F'$  پس از مسافت  $d$  تندی جعبه از صفر به  $v$  می‌رسد. در شکل (ب) جرم جعبه  $2m$  بوده و با نیروی  $F$  پس از مسافت  $d$  تندی جعبه از صفر به  $v$  می‌رسد. اگر نیروی اصطکاک وارد بر دو جعبه یکسان باشد، کدام گزینه درست است؟



$$F > 2F' \quad (1)$$

$$F = 2F' \quad (2)$$

$$F < F < 2F' \quad (3)$$

(۴) اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

پاسخ: گزینه ۳

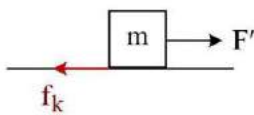
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شداسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۷	۸	سوال	دهم	مبحث کار و انرژی جنبشی	و ترکیب			سختی	سخت

$$W_t = K_f - K_i$$

(۱) اگر کار مثبت روی جسم انجام شود:

تندی جسم در حال افزایش می‌باشد. (حرکت تندشونده)

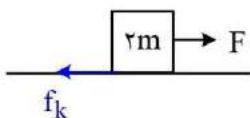
در حرکت جسم (الف) دو نیروی  $F'$  و اصطکاک با نیروی  $f_k$  کار انجام می‌دهند. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_{F'} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v^2 - 0^2) \rightarrow F'd - f_k d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$F' = \frac{m v^2}{2d} + f_k \quad (I)$$

در حرکت جسم (ب) دو نیروی  $F$  و اصطکاک وارد شده که چون نیروی اصطکاک با شکل (الف) یکسان بوده، این نیرو همان  $f_k$  خواهد بود. با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta k \rightarrow W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} (2m) (v^2 - 0^2) \rightarrow Fd - f_k d = \frac{1}{2} (2m) v^2$$

$$F = \frac{m v^2}{d} + f_k \quad (II)$$

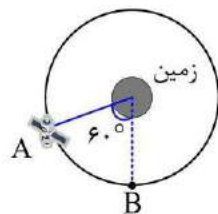
حال با توجه به معادله‌های (I) و (II) داریم:

$$F' = \frac{m v^2}{2d} + f_k \Rightarrow F' < F < 2F'$$

$$F = \frac{m v^2}{d} + f_k$$



۲۲ - ماهواره‌ای روی مدار معینی مطابق شکل در حال چرخیدن به دور زمین است. اگر تندی ماهواره در نقطه A،  $20 \frac{m}{s}$  باشد، تندی ماهواره در نقطه B برابر چند متر بر ثانیه است؟ (نیروی مقاومت و اتلاف انرژی نداریم).



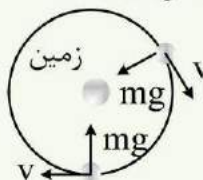
- (۱)  $10\sqrt{3}$   
(۲) ۱۰  
(۳) ۲۰  
(۴)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

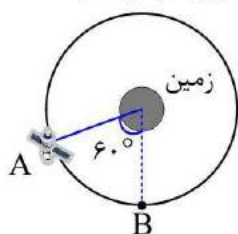
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه ۱۰	۵	۲	۷	سوال	دهم	مبحث کار و انرژی جنبشی	پیش نیاز و ترکیب			سختی	ساده

همانگونه که می‌توان قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حرکت جسم روی خط راست به کار برد، این قضیه را می‌توان در مسیرهای خمیده نیز استفاده کرد.

نکته: یک نمونه از حرکت بر مسیر خمیده، حرکت ماهواره است که در آن نیروی وزن مطابق شکل بر مسیر حرکت عمود بوده، کار نیروی وزن صفر است و بنابراین قضیه کار و انرژی جنبشی، انرژی جنبشی ماهواره و تندی آن ثابت می‌ماند.



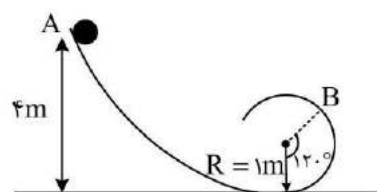
با توجه به درسنامه بالا، در حرکت ماهواره به دور زمین تنها نیروی وزن وجود دارد که آن هم عمود بر مسیر حرکت وارد شده، پس کار کل صفر است:



$$W_t = \Delta k \rightarrow 0 = \Delta k \rightarrow K_f = K_i \rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 \rightarrow v_f = v_i$$

### گروه آموزشی ماز

۲۳ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۱kg از نقطه A رها شده و با تندی  $6 \frac{m}{s}$  از نقطه B در یک مسیر دایره‌ای گذر می‌کند. افزایش انرژی درونی جسم و محیط طی این جابه‌جایی چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱) ۳/۵  
(۲) ۴  
(۳) ۷  
(۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه ۱۰	۵	۷	۶	سوال	دهم	پایستگی انرژی	پیش نیاز و ترکیب			سختی	متوسط

اگر علاوه بر نیروهای گرانشی، کشسانی فنر و الکتریکی، نیروهای اتلافی مثل اصطکاک بر جسم وارد شود، بخشی از انرژی مکانیکی جسم یا تمام آن به گرما تبدیل می‌شود. بنابراین در این حالت انرژی مکانیکی پایسته نیست و اختلاف انرژی مکانیکی در دو حالت برابر کار نیروی اصطکاک است.

$$E_f - E_i = W_f$$

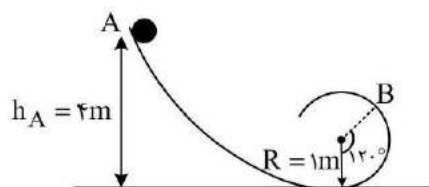
نکته:

۱- اتلاف انرژی جسم هدر نمی‌رود و به انرژی درونی جسم و محیط تبدیل می‌شود.

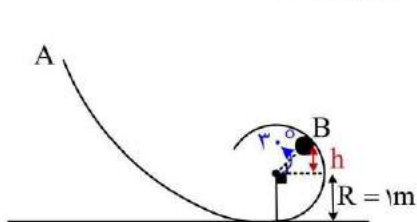
۲- افزایش انرژی درونی معمولاً سبب افزایش دمای جسم و محیط می‌شود.

در نقطه A جسم رها شده پس انرژی جنبشی نداشته، اما ارتفاع آن از سطح زمین ۴m بوده و جسم انرژی پتانسیل گرانشی دارد:

$$E_A = U_A + K_A \rightarrow E_A = U_A \rightarrow E_A = mgh_A = 40J$$



در نقطه B جسم هم ارتفاع از سطح زمین داشته و هم تندی، پس جسم دارای انرژی جنبشی و پتانسیل خواهد بود:



$$R = 1 \quad h \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{1} \rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

$$h_B = h + R \rightarrow h_B = 1.5 \text{ m}$$

$$E_B = K_B + U_B \rightarrow E_B = \frac{1}{2} \times 1 \times 12^2 + 1 \times 10 \times 1.5 = 18 + 15 = 33 \text{ J}$$

از 40 J انرژی اولیه تنها 33 J باقی مانده پس:

$$E_B - E_A = W_f \rightarrow W_f = -7 \text{ J}$$

درواقع 7 J انرژی به انرژی درونی جسم و محیط اضافه شده است.

### گروه آموزشی ماز

۲۴ - یک آسانسور با جرم 600 kg از طبقه همکف و از حال سکون روبه بالا شروع به حرکت کرده و پس از 10 s مسافت 10 m را طی کرده و تندی آن به  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. توان متوسط موتور آسانسور چند اسب بخار است؟ ( $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$ ،  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و اتلاف انرژی نداریم.)

۷/۷۶ (۴)

۸/۴۶ (۳)

۸/۱۶ (۲)

۷/۵۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۵	۷	سوال	دهم	توان	پیش‌نیاز و ترکیب	☑	☑	سختی	متوسط

آهنگ انجام کار یا مصرف انرژی را توان می‌گوییم و یکای آن در SI وات ( $\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$ ) است. توان متوسط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} \quad \text{یا} \quad \frac{E}{\Delta t}$$

نکته:

۱- هر چه توان یک دستگاه بالاتر باشد، سرعت انجام کار آن بیشتر است و در یک زمان معین کار بیشتری انجام می‌دهد و انرژی بیشتری مصرف می‌کند. برای مثال اگر دو بالابر برقی داشته باشیم که هر دو وزنه ای به جرم ۱۰ kg را به اندازه ۱۰ m بالا ببرند کار هر دو بالابر ( $W = mg\Delta h$ ) باهم برابر می‌باشد. حال اگر بگویند بالابر اول این کار را در یک دقیقه و بالابر دوم در مدت دو دقیقه انجام می‌دهد با اینکه باز کار هر دو بالابر یکسان بوده ولی توان دو بالابر متفاوت است و هرچه زمان انجام شده یک کار ثابت کمتر باشد، توان بیشتر خواهد بود.

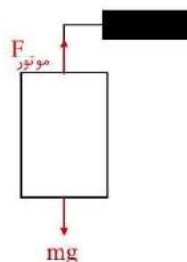
۲- اسب بخار (hp): اسب بخار یکای فرعی اندازه‌گیری توان است که معمولاً برای توان خودروها از آن استفاده می‌شود. یک اسب بخار برابر ۷۴۶ وات است.

تندی از صفر به  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  رسیده پس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به دست می‌آوریم. دقت کنید که دو نیروی وزن و موتور آسانسور روی

آسانسور کار انجام می‌دهد:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2) \rightarrow W_F + (-mg(10)) = \frac{1}{2} \times 600 \times 4$$

$$W_F - 6000 = 1200 \rightarrow W_F = 7200$$



توان متوسط موتور آسانسور را حساب می‌کنیم:



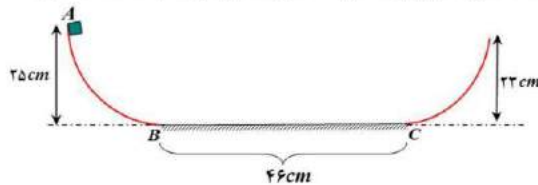
$$\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t} \rightarrow \bar{P} = \frac{61200}{10} = 6120 \text{ W}$$

این توان را بر حسب اسب بخار حساب می‌کنیم:

$$6120 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} = 8.2 \text{ hp}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۵ - در شکل مقابل، جسمی به جرم ۲۰۰ گرم از نقطه‌ی A، با تندی ۱ متر بر ثانیه رو به پایین سطح پرتاب می‌شود. هرگاه فقط در مسیر سطح افقی BC اصطکاک وجود داشته و نیروی اصطکاک ۰/۵ نیوتون بر جسم اثر کند، این جسم در چند سانتی‌متری از نقطه‌ی C متوقف می‌شود؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



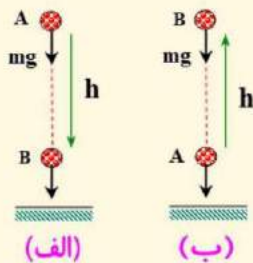
- (۱) ۸  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۶  
(۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۱۰	۸	۹	سوال	دهم	فصل ۳ - کار	و ترکیب	☑	☑	درجه	سخت

انرژی جنبشی:

نوعی انرژی است که یک جسم متحرک دارا می‌باشد و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید.



$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

m: جرم جسم      v: سرعت جسم      k: انرژی جنبشی جسم

قضیه کار - انرژی جنبشی:

کار نیروی برابری دارد بر یک جسم با تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است.

$$W_F = \Delta K \quad \text{یا} \quad W_F = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

کار نیروی وزن

هنگامی که یک جسم تغییر ارتفاع می‌دهد، نیروی وزن (گرانشی زمین) بر روی جسم کار انجام می‌دهد. هنگامی که ارتفاع جسم کاهش می‌یابد نیروی وزن در جهت جابه‌جایی می‌باشد. (در شکل الف، کار نیروی وزن برابر با mgh است.) و کار نیروی وزن در این وضعیت مثبت است. هنگامی که ارتفاع جسم افزایش می‌یابد (در شکل ب)، نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی بوده و کار نیروی وزن در این وضعیت برابر با -mgh است.

نکته: کار نیروی وزن، به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط به مکان نقطه‌ی شروع و پایان بستگی دارد.

انرژی پتانسیل گرانشی

نوعی انرژی است که در یک جسم باتوجه به وضعیت آن، در آن نهفته است و مقدار آن از رابطه مقابل تعیین می‌شود.

$$U_g = mgh$$

h: ارتفاع مکان نسبت به مبدأ مقایسه (مانند زمین)

g: شتاب گرانش      U: انرژی پتانسیل گرانشی

تذکر: می‌توان نشان داد که کار نیروی وزن با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر است.

$$W_g = -\Delta U$$

انرژی مکانیکی

به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک جسم انرژی مکانیکی می‌گویند و آن را با E نشان می‌دهند.

$$E = K + U$$

پایستگی انرژی مکانیکی:

اگر عوامل تغییر دهنده‌ی انرژی مکانیکی جسم، بر روی جسم کار انجام ندهند انرژی مکانیکی جسم ثابت خواهد ماند. در این صورت فقط تبدیل انرژی پتانسیل و جنبشی می‌تواند رخ دهد. هر مقدار از انرژی پتانسیل کاسته شود به همان مقدار به انرژی جنبشی افزوده خواهد شد و بر عکس.



گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، با سرعت اولیه‌ی ۴ m/s در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از ۴ متر پایین آمدن، چند برابر می‌شود؟ (مقاومت هوا ناچیز و  $g = 10 \text{ N/kg}$ ) (تجربی خارج ۹۲)

۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

پاسخ: چون مقاومت هوا وجود ندارد انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) - mgh = 0 \Rightarrow V_2^2 - V_1^2 = 2gh$$

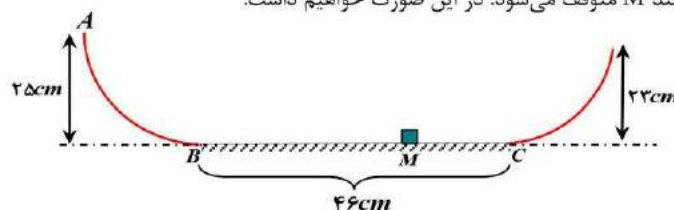
$$V_2^2 - 4^2 = 2 \times 10 \times 4 \Rightarrow V_2^2 = 96$$

$$K = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{96}{16} = 6$$

انرژی جسم فقط در مسیری که نیروی اصطکاک اثر می‌کند تلف می‌شود. اگر مبدأ انرژی پتانسیل را سطح افقی در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mV_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} \times 0 + 0 + 2 \times 10 \times 0.25 \Rightarrow E_A = 0.5 \text{ J}$$

این جسم بر روی سطح افقی در نقطه‌ی مانند M متوقف می‌شود. در این صورت خواهیم داشت:



$$E_M = K_M + U_M = \frac{1}{2}mV_M^2 + mgh_M = \frac{1}{2} \times 0 + 0 + 2 \times 10 \times 0 \Rightarrow E_M = 0 \text{ J}$$

$$W_f = \Delta E = E_M - E_A \Rightarrow f \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 0 - 0.5 \Rightarrow -0.5/d = -0.5/46 \Rightarrow d = 46 \text{ m}$$

بنابراین مسافتی که جسم بر روی سطح افقی طی می‌کند تا متوقف شود ۱/۲ متر یا ۱۲۰ سانتی‌متر است.

با توجه به طول BC که ۴۶ سانتی‌متر است، می‌توان نتیجه گرفت که دو بار طول مسیر را طی کرده (یک رفت و برگشت کامل انجام داده) و در این رفت و برگشت مسافت ۹۲ سانتی‌متر را طی نموده و ۲۸ سانتی‌متر باقی‌مانده را از نقطه‌ی B تا M طی کرده است. در نتیجه فاصله‌ی جسم از نقطه‌ی C برابر خواهد شد با:

$$CM = 46 - 28 = 18 \text{ cm} \Rightarrow CM = 18 \text{ cm}$$

### گروه آموزشی ماز

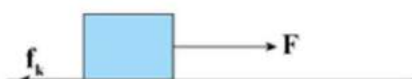
۲۶ - در شکل زیر، جسم تحت تأثیر نیروی افقی F از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از طی مسافت d به سرعت v می‌رسد. اگر در همین حال نیروی F را ۲۵ درصد افزایش دهیم، سرعت جسم پس از طی مسافت ۲d از v به ۲v می‌رسد. نیروی F چند برابر  $f_k$  است؟

۱) ۲/۵

۲) ۳

۳) ۱/۵

۴) ۲



پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه ۱۰	۹	۹	۸	سوال	دهم	کار و انرژی جنبشی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سخت

قضیه کار و انرژی جنبشی

کار کل انجام شده در یک مسیر برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

$$W_T = \Delta K$$

همچنین کار کل انجام شده را می‌توان از رابطه مقابل به دست آورد:

$$W_T = F_T \times d \cos \theta \quad \text{یا} \quad W_T = ma \times d \cos \theta$$

علاوه بر این‌ها می‌توان کار کل را از جمع تک تک کارهای انجام شده روی جسم حساب کرد:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

بنابراین کار کل از سه روش به دست می‌آید:

$$F_T \times d \cos \theta$$

$$\uparrow$$

$$W_1 + W_2 + \dots \leftarrow W_T \rightarrow \Delta K$$

بنابراین می‌توان این عبارات را با هم مساوی قرار داد؛ برای مثال:

$$F_T \times d \cos \theta = \Delta K \Rightarrow F_T \times d \cos \theta = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow F_T \times d = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow F_T = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{d}$$

(بچه‌ها  $F_T$  در جهت جابه‌جایی جسم است و  $\cos \theta = 1$ )

توجه کنید که نیازی به حفظ فرمول بالا نیست! و می‌توان با یک اثبات ساده به این رابطه رسید.

برای حالت مقایسه‌ای رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{T2}}{F_{T1}} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{(v_2^2 - v_1^2)_2}{(v_2^2 - v_1^2)_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

در ابتدا سرعت از صفر به  $v$  رسیده است و سپس از  $v$  به  $2v$  رسیده است.

جابه‌جایی نیز ۲ برابر شده است.

جرم نیز تغییری نکرده است.

بنابراین:

$$\frac{F_{T2}}{F_{T1}} = 1 \times \frac{(2v)^2 - v^2}{v^2 - 0} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{F_{T2}}{F_{T1}} = \frac{3}{2}$$

$$F_T = F - f_k \Rightarrow \frac{F_{T2}}{F_{T1}} = \frac{F_2 - f_{k2}}{F_1 - f_{k1}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1/2 \Delta F_1 - f_k}{F_1 - f_k} \Rightarrow \frac{F}{f_k} = 2$$

### گروه آموزشی ماز

۲۷ - جسمی را در شرایط خلأ از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. اگر در ارتفاع  $h_1$ ، انرژی پتانسیل گرانشی جسم، سه برابر انرژی جنبشی آن و در

ارتفاع  $h_2$ ، انرژی پتانسیل گرانشی جسم، چهار برابر انرژی جنبشی آن باشد، نسبت  $\frac{v_2}{v_1}$  کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۰	۷	۷	۶	سوال	دهم	انرژی مکانیکی	انرژی جنبشی و ترکیب	انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	سخت

انرژی جنبشی

به انرژی موجود در اجسام متحرک که ناشی از سرعت اجسام است انرژی جنبشی می‌گویند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

برای انرژی جنبشی می‌توان سه رابطه در نظر گرفت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{رابطه اصلی:}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \quad \text{رابطه مقایسه‌ای:}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad \text{رابطه تغییرات:}$$



## انرژی پتانسیل گرانشی

به انرژی ذخیره شده در اجسام که ناشی از ارتفاع داشتن از سطح زمین است انرژی پتانسیل گرانشی گفته می‌شود و از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$U = mgh$$

## انرژی مکانیکی

انرژی مکانیکی برابر با حاصل جمع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی جسم است و اگر اتلاف انرژی نداشته باشیم در طول مسیر ثابت می‌ماند.

$$E_p = E_k \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{U_1}{K_1} = 3 \Rightarrow U_1 = 3K_1$$

در ارتفاع  $h_1$  انرژی پتانسیل ۳ برابر انرژی جنبشی است؛ یعنی:

$$\frac{U_2}{K_2} = 4 \Rightarrow U_2 = 4K_2$$

در ارتفاع  $h_2$  انرژی پتانسیل ۴ برابر انرژی جنبشی است؛ یعنی:

بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 + 3K_1 = K_2 + 4K_2 \Rightarrow 4K_1 = 5K_2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{4}{5}$$

طبق رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

## گروه آموزشی ماز

۲۸ - جسمی به جرم  $M$  از سطح زمین در راستای قائم، با تندی  $10 \text{ m/s}$  رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر تندی این جسم هنگام برگشت و در هنگام برخورد با

سطح زمین  $6 \text{ m/s}$  باشد، با فرض ثابت بودن بزرگی نیروی مقاومت هوا، جسم تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا رفته است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

(۴) بستگی به جرم  $M$  دارد.

(۳)  $4/2 \text{ m}$

(۲)  $3/8 \text{ m}$

(۱)  $3/4 \text{ m}$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه ۱۰	۱۰	۸	۱۰	سوال	دهم	کار و انرژی جنبشی	و ترکیب				

فرض کنید که این جسم نسبت به نقطه‌ی پرتاب، به اندازه‌ی  $h$  افزایش ارتفاع پیدا می‌کند. اگر کار نیروی وزن را با  $W_{mg}$  و کار نیروی مقاومت هوا را با  $W_f$  نشان دهیم:

$$W_T = W_{mg} + W_f \xrightarrow{W_T = \Delta K} -\frac{1}{2}mV_1^2 = -mgh + W_f \quad (1)$$

در هنگام بالا رفتن

$$W_T' = W_{mg}' + W_f \xrightarrow{W_T' = \Delta K} \frac{1}{2}mV_2^2 - 0 = mgh + W_f \quad (2)$$

در هنگام پایین آمدن

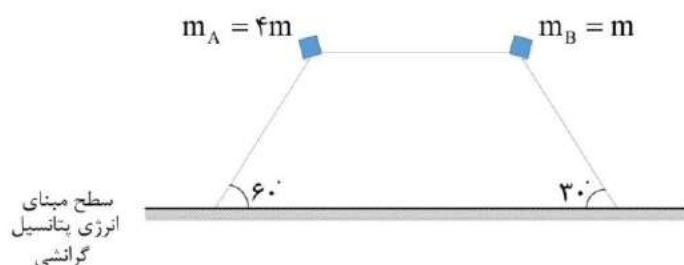
اگر طرفین رابطه‌ی (۱) را از طرفین رابطه‌ی (۲) کم کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}mV_2^2 - \left(-\frac{1}{2}mV_1^2\right) = mgh - (-mgh)$$

$$\frac{1}{2}m(V_2^2 + V_1^2) = 2mgh \Rightarrow h = \frac{V_2^2 + V_1^2}{4g} \Rightarrow h = \frac{6^2 + 10^2}{40} = \frac{136}{40} \Rightarrow h = 3/4 \text{ m}$$



۲۹ - مطابق شکل، دو جسم A و B در شرایط خلأ و از حال سکون از ارتفاعی یکسان روی دو مسیر شیب‌دار بدون اصطکاک رو به پایین می‌لغزند. اگر v و K به ترتیب تندی و انرژی جنبشی در هنگام رسیدن به سطح زمین باشند، کدام گزینه درست است؟



$$v_A = v_B \text{ و } K_A = K_B \quad (۱)$$

$$v_A = 2v_B \text{ و } K_A = K_B \quad (۲)$$

$$v_A = 2v_B \text{ و } K_A = 4K_B \quad (۳)$$

$$v_A = v_B \text{ و } K_A = 4K_B \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۹	۶	۶	سوال	دهم	انرژی جنبشی	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

انرژی جنبشی:

نوعی انرژی است که یک جسم متحرک دارا می‌باشد و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

k : انرژی جنبشی جسم

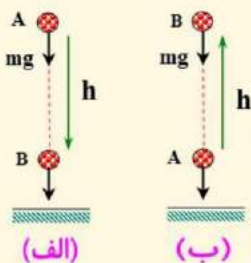
v : سرعت جسم

m : جرم جسم

قضیه کار - انرژی جنبشی:

کار نیروی برآیند وارد بر یک جسم با تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است.

$$W_F = \Delta K \quad \text{یا} \quad W_F = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$



کار نیروی وزن

هنگامی که یک جسم تغییر ارتفاع می‌دهد، نیروی وزن (گرانشی زمین) بر روی جسم کار انجام می‌دهد.

هنگامی که ارتفاع جسم کاهش می‌یابد نیروی وزن در جهت جابه‌جایی می‌باشد.

(در شکل الف، کار نیروی وزن برابر با mgh است.) و کار نیروی وزن در این وضعیت مثبت است.

هنگامی که ارتفاع جسم افزایش می‌یابد (در شکل ب)، نیروی وزن در خلاف جهت جابه‌جایی بوده و کار

نیروی وزن در این وضعیت برابر با -mgh است.

نکته: کار نیروی وزن، به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط به مکان نقطه‌ی شروع و پایان بستگی دارد.

انرژی پتانسیل گرانشی

نوعی انرژی است که در یک جسم باتوجه به وضعیت آن، در آن نهفته است و مقدار آن از رابطه مقابل تعیین می‌شود.

$$U_g = mgh$$

h: ارتفاع مکان نسبت به مبدأ مقایسه (مانند زمین)

g: شتاب گرانش

U: انرژی پتانسیل گرانشی

تذکر: می‌توان نشان داد که کار نیروی وزن با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم برابر است.

$$W_g = -\Delta U$$

### انرژی مکانیکی:

به مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل یک جسم انرژی مکانیکی می گویند و آن را با  $E$  نشان می دهند.

$$E = K + U$$

### پایستگی انرژی مکانیکی:

اگر عوامل تغییر دهنده انرژی مکانیکی جسم، بر روی جسم کار انجام ندهند انرژی مکانیکی جسم ثابت خواهد ماند. در این صورت فقط تبدیل انرژی پتانسیل و جنبشی می تواند رخ دهد. هر مقدار از انرژی پتانسیل کاسته شود به همان مقدار به انرژی جنبشی افزوده خواهد شد و بر عکس.

گلوله ای از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، با سرعت اولیه  $4 \text{ m/s}$  در راستای قائم رو به پایین پرتاب می شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از ۴ متر پایین آمدن، چند برابر می شود؟ (مقاومت هوا ناچیز و  $g = 10 \text{ N/kg}$ ) (تجربی خارج ۹۲)

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

پاسخ:

چون مقاومت هوا وجود ندارد انرژی مکانیکی جسم ثابت می ماند.

$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2) - mgh = 0 \Rightarrow V_f^2 - V_i^2 = 2gh$$

$$V_f^2 - 4^2 = 2 \times 10 \times 4 \Rightarrow V_f^2 = 96$$

$$K = \frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow \frac{K_f}{K_i} = \frac{V_f^2}{V_i^2} = \frac{96}{16} = 6$$

چون در شرایط خلأ و بدون اصطکاک می لغزند، انرژی مکانیکی آن ها ثابت است.

دقت کنید که ارتفاع دو جسم A و B در شروع حرکت، برابر است.

انرژی پتانسیل گرانشی دو جسم A و B به دلیل عدم وجود اصطکاک به طور کامل به انرژی جنبشی آن ها در سطح زمین تبدیل می شود.

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{U_A}{U_B} = \frac{k_A}{k_B} = \frac{fm \times g \times h}{m \times g \times h} = f$$

$$\frac{k_A}{k_B} = f = \frac{\frac{1}{2} \times fm \times (v_A)^2}{\frac{1}{2} \times m \times (v_B)^2} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 1$$

### گروه آموزشی ماز

۳۰ - مطابق شکل نیروی افقی  $F$ ، به جسم ساکنی به جرم  $3 \text{ kg}$  در لحظه  $t = 0$  وارد شده و آن را بر روی سطح افقی بدون اصطکاک، در مدت ۲ ثانیه، ۱/۲ متر جابه جا می کند. کار نیروی  $F$  در این جابه جایی چند ژول است؟



۱/۰۸ (۱)

۲/۰۴ (۲)

۲/۱۶ (۳)

۳/۰۶ (۴)

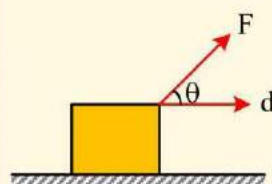
### پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۸	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	و ترکیب	☒	☒	سختی	متوسط

### درسنامه:

به طور کلی، کار ( $W$ ) کمیتی فرعی و نرده ای است که یکای آن در SI، ژول ( $J$ ) یا همان ( $N \cdot m$ ) است و به صورت زیر محاسبه می شود.

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$



که در آن  $d$  یا  $|\vec{d}|$  همان اندازه جابه جایی،  $F$  بزرگی نیرویی که کار انجام می دهد و  $\theta$  زاویه بین بردارهای  $\vec{F}$  و  $\vec{d}$  است.

بدیهی است که اگر  $\theta$  زاویه تند (حاده) باشد،  $W > 0$  و اگر  $\theta$  زاویه باز (منفرجه) باشد،  $W < 0$  است. پس در واقع علامت کار را  $\cos \theta$  تعیین می کند.

بدیهی است که اگر  $\theta = 0$  باشد،  $W = 0$  خواهد بود، یعنی کار نیروی عمود بر جابه جایی صفر است.



برای پیدا کردن کار نیروی  $F$ ، ابتدا باید شتاب حرکت، پس از آن بزرگی نیروی  $F$  و در نهایت کار نیروی  $F$  را بیابیم. بنابراین برای این حرکت که با شتاب ثابت است (چرا؟) داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t \Rightarrow 1/2 = \frac{1}{2}(a)(2)^2 + 0 \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=F} F = ma \Rightarrow F = 2 \times 0.5 \Rightarrow F = 1 \text{ N}$$

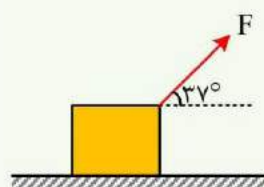
و در نهایت داریم:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta = 1 \times 1/2 \times \cos 0 \Rightarrow W = 0.5 \text{ J}$$

حال اگر نیروی اصطکاک داشتیم، برای پیدا کردن کار نیروی  $F$  باید مقدار  $F$  را با استفاده از قانون دوم نیوتون به صورت زیر محاسبه می‌کردیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F = f_k + ma$$

مثال: مطابق شکل، نیروی  $F$  به جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  وارد شده و آن را در امتداد سطح افقی با سرعت ثابت  $4 \frac{m}{s}$  جابه‌جا می‌کند. اگر بزرگی نیروی اصطکاک



۵ نیوتون باشد، کار نیروی  $F$  در مدت ۲ ثانیه چند ژول است؟ ( $\cos 37^\circ = 0.8$ )

- (۱) ۵  
(۲) ۱۰  
(۳) ۲۰  
(۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۴

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، انرژی جنبشی آن ثابت، پس کار کل وارد بر جسم نیز صفر است. بنابراین کار نیروی  $F$  و کار نیروی اصطکاک جنبشی، قرینه‌اند. حال برای پیدا کردن کار نیروی  $F$  کافی است که کار نیروی اصطکاک جنبشی را یافته و قرینه کنیم. یعنی:

$V = \text{ثابت}$

$$W_t = 0 \Rightarrow W_F + W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_F = -W_{f_k}$$

از طرفی برای تعیین کار نیروی اصطکاک باید مسافتی که جسم پیموده است را بیابیم. در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$\Delta x = V \cdot \Delta t \Rightarrow d = 4 \times 2 = 8 \text{ m}$$

$$W_{f_k} = -f_k \cdot d = -5 \times 8 = -40 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_F = -(-40) \Rightarrow W_F = 40 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۳۱ - جسمی به جرم  $m$  در امتداد یک سطح افقی با تندی اولیه  $V_0$  پرتاب شده و پس از جابه‌جایی  $d$  متوقف می‌شود. تندی جسم پس از طی  $\frac{3}{4}d$

اولیه مسیر) چند درصد کاهش می‌یابد؟

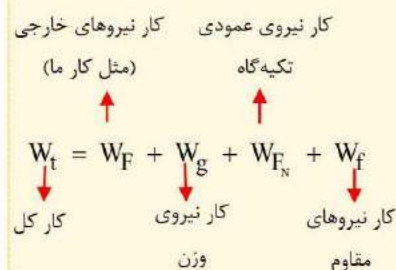
- (۱) ۲۵  
(۲) ۳۷/۵  
(۳) ۵۰  
(۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه سختی	میزان دشوار
درجه ۱۰	۷	۷	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	

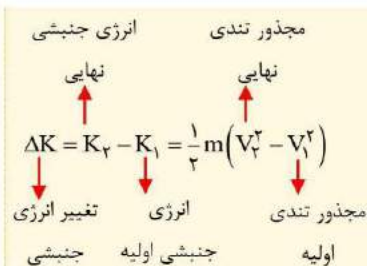
درسنامه:

یکی از بهترین روش‌های حل سؤال‌های کار و انرژی، استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی است. به گونه‌ای که همواره می‌توان با استفاده از آن، تمامی سؤال‌ها را پاسخ داد. برای این منظور باید کار کل نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنیم. معمولاً در کتاب فیزیک دهم، کار کل شامل کار نیروی زیر است.



حال تغییر انرژی جنبشی را به صورت زیر معرفی می‌کنیم.





و در واقع قضیه کار و انرژی جنبشی به صورت زیر به کار می‌رود.

$$W_t = \Delta K$$

بعد از این که جسم در امتداد سطح پرتاب شده، تنها نیرویی که بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی اصطکاک است و اصطلاحاً گوییم که در کل مسیر  $d$  تمامی انرژی جنبشی جسم را می‌گیرد.

(و بدیهی است که در نصف مسیر، نیمی از انرژی جنبشی؛ در یک چهارم مسیر، یک چهارم انرژی جنبشی؛ و ... را می‌گیرد.) پس بدیهی است که پس از  $\frac{3}{4}d$ ، مقدار  $\frac{3}{4}$  انرژی جنبشی جسم را می‌گیرد. پس  $\frac{1}{4}$  انرژی جنبشی اولیه جسم باقی می‌ماند. یعنی:

$$K_f = \frac{1}{4} K_i \Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} m V_i^2 \right) \Rightarrow V_f = \frac{1}{2} V_i$$

یعنی در طی این مسیر، پنجاه درصد از تندی جسم کاسته شده است.

حال اگر بخواهیم به صورت ریاضی، مطالب گفته شده در بالا را بنویسیم، داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_f = W_t} W_f = K_f - K_i$$

در کل مسیر:

$$W_{fr} = -\frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow -f_k \cdot d = -\frac{1}{2} m V_f^2 \Rightarrow \boxed{f_k d = \frac{1}{2} m V_f^2} \quad (1)$$

در  $\frac{3}{4}$  اولیه مسیر:

$$W_f' = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2) \Rightarrow \boxed{-f_k \times \frac{3}{4} d = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{f_k d}{-f_k \times \frac{3}{4} d} = \frac{\frac{1}{2} m V_f^2}{\frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)} \Rightarrow -\frac{4}{3} = \frac{V_f^2}{V_f^2 - V_i^2}$$

$$\Rightarrow 4V_f^2 = V_i^2 \Rightarrow V_f = \frac{1}{2} V_i \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_i} = -\frac{1}{2} = -50\%$$

☀️ حال اگر فقط در یک مرحله بخواهیم از قضیه کار و انرژی استفاده کنیم و رابطه بین کار نیروی اصطکاک و انرژی جنبشی اولیه داده شده باشد، باید به صورت زیر عمل کنیم.

مثال:

گلوله‌ای با سرعت اولیه  $V_1$  در امداد افقی به درختی برخورد کرده و با تندی  $V_2$  در همان امتداد از طرف دیگر خارج می‌شود. اگر کار نیروی مقاوم در این جابه‌جایی، معادل ۸۴ درصد انرژی جنبشی لحظه برخورد باشد، تندی گلوله  $V_2$  نسبت به  $V_1$  چند درصد کاهش یافته است؟

۴ (۴)

۱۶ (۳)

۶۰ (۲)

۹۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

به راحتی می‌دانیم که اگر کار نیروهای مقاوم ۸۴ درصد انرژی جنبشی لحظه برخورد را اصطلاحاً تلف کنند، ۱۶ درصد انرژی جنبشی اولیه باقی می‌ماند، یعنی:

$$K_f = \frac{16}{100} K_i \Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 = \frac{16}{100} \left( \frac{1}{2} m V_i^2 \right) \Rightarrow V_f = \frac{4}{10} V_i$$

یعنی ۶۰ درصد از تندی اولیه کاسته شده است. نوشتن روابط ریاضی استدلال بالا به صورت زیر است.

$$W_f = K_f - K_i \xrightarrow{W_f = -0.16K_i} -0.16K_i = K_f - K_i \Rightarrow K_f = 0.16K_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 = 0.16 \left( \frac{1}{2} m V_i^2 \right) \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} V_f = 0.4 V_i \Rightarrow \frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{(0.4 - 1) V_i}{V_i}$$

$$\Rightarrow \frac{V_f - V_i}{V_i} = -0.6 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_i} \times 100 = -60\%$$

### گروه آموزشی ماز

۳۲- گلوله‌ای به جرم  $2 \text{ kg}$  را با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در راستای قائم، از سطح زمین، به بالا پرتاب می‌کنیم و گلوله حداکثر تا ارتفاع  $16$  متری زمین بالا می‌رود. نسبت تندی گلوله در ارتفاع  $7$  متری زمین، در رفت، چند برابر تندی آن در همان ارتفاع در برگشت است؟ (نیروی مقاوم هوا را ثابت فرض کنید و

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$\frac{\sqrt{15}}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{\sqrt{15}} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{6} \quad (2)$$

$$\frac{5}{\sqrt{15}} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناختی	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه سختی	میزان دشواری
درجه ۱۰	۸	۸	۸	سوال	دهم	کار و انرژی	و ترکیب				

درسنامه:

می‌دانیم که انرژی مکانیکی، برابر مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی است. یعنی:

$$E = U + K$$

در حضور نیروهای پایستار انرژی مکانیکی پایسته است. یعنی:

$$E = \text{ثابت} \Rightarrow \Delta E = 0 \Rightarrow (U + K)_f = (U + K)_i$$

ولی در حضور نیروهای ناپایستار، تغییرات انرژی مکانیکی برابر است با کار نیروهای ناپایستار، مثلاً در حضور نیروی اصطکاک داریم:

$$\Delta E = W_f \Rightarrow E_f - E_i = W_f \xrightarrow{W_f = -|W_f|} E_i = E_f + |W_f|$$

\* نیروهای پایستار، نیروهایی هستند که کار مربوط به آن‌ها، به مسیر بستگی ندارد، به عبارتی کار نیروهای پایستار در یک مسیر بسته صفر است.

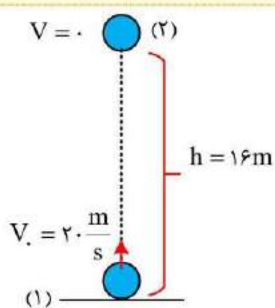
معروف‌ترین نیروی پایستار، نیروی وزن و معروف‌ترین نیروی ناپایستار، نیروی اصطکاک است.

نیروی ناپایستار، نیرویی است که کار مربوط به آن به مسیر بستگی دارد و کار آن در مسیر بسته صفر نمی‌شود.

یعنی این رابطه را به صورت زیر می‌خوانیم:

همه انرژی مکانیکی اولیه، برابر است با انرژی مکانیکی ثانویه به علاوه مقدار انرژی‌ای که اصطکاک در طول مسیر تلف می‌کند.

در ابتدا، نیروی مقاوم هوا را می‌یابیم. اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، داریم:



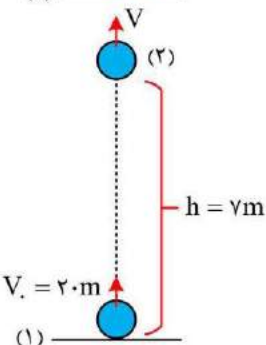
$$E_i = E_f + |W_f|$$

$$\Rightarrow (U + K)_i = (U + K)_f + f_D \cdot h$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m V_i^2 = mgh + f_D \times 16$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = 2 \times 10 \times 16 + f_D \times 16 \Rightarrow f_D = 5 \text{ N}$$

حال برای رفت در ارتفاع  $7$  متری زمین داریم:

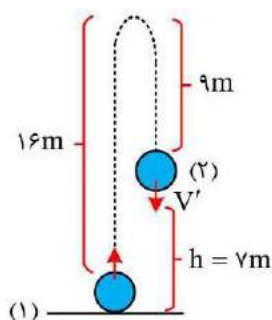


$$E_i = E_f + |W_f| \Rightarrow \frac{1}{2} m V_i^2 = mgh + \frac{1}{2} m V_f^2 + f_D \times h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 400 = 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times V_f^2 + 5 \times 7 \Rightarrow V = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



و در برگشت:



$$E_1 = E_2 + |W_f| \Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 = mgh + \frac{1}{2} m V'^2 + f \times \ell$$

$$\xrightarrow{\ell = 16 + 9 = 25 \text{ m}} \frac{1}{2} \times 2 \times 400 = 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times V'^2 + 5 \times 25$$

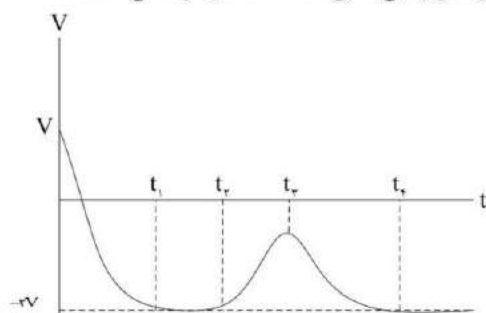
$$\Rightarrow V' = 3\sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{V}{V'} = \frac{15}{3\sqrt{15}} = \frac{5}{\sqrt{15}}$$

### گروه آموزشی ماز

۳۳ - شکل زیر نمودار سرعت - زمان حرکت یک جسم روی یک مسیر است. در کدام بازه یا بازه‌های زمانی نشان داده شده، کار کل منفی است؟



- (۱)  $t_1$  تا  $t_2$   
 (۲)  $t_3$  تا  $t_4$   
 (۳)  $t_4$  تا  $t_5$   
 (۴)  $t_1$  تا  $t_3$  و  $t_3$  تا  $t_5$

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۸	۴	۷	سوال	دهم	قضیه کار و انرژی جنبشی	و ترکیب	۱۰	فصل ۱ دوازدهم	سختی	متوسط

طبق درسنامه سوال قبل داریم...

کار کل زمانی منفی است که مجذور سرعت جسم کاهش یابد. تنها در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  کار کل منفی است.  
 کار کل ( $W_T$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید:

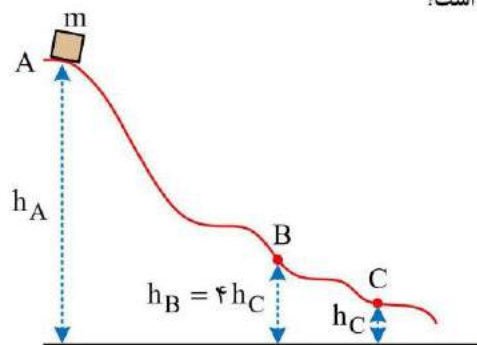
$$W_T = k_3 - k_1 = \frac{1}{2} m (v_3^2 - v_1^2)$$

دقت کنید که کار کل به اندازه سرعت کار دارد نه به جهت آن.

دام آموزشی: باید دقت می‌کردید که اندازه سرعت مهم است و مثبت و منفی بودن سرعت تأثیری ندارد چون با مجذور سرعت کار داریم.

### گروه آموزشی ماز

۳۴ - در شکل زیر، جسمی به جرم  $m$ ، بدون تندی اولیه از نقطه A لغزیده و مسیر بدون اصطکاک را طی می‌کند. اگر انرژی جنبشی جسم در نقطه C،  $\frac{1}{6}$  برابر انرژی جنبشی آن در نقطه B باشد، ارتفاع نقطه A چند برابر ارتفاع نقطه C است؟



مبدأ پتانسیل گرانشی

- (۱) ۵  
(۲) ۷  
(۳) ۹  
(۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۷	۹	۸	سوال	دهم	کار و انرژی				سختی	میزان

پایستگی انرژی مکانیکی:

با نادیده گرفتن نیروهای اتلافی (اصطکاک و مقاومت هوا) انرژی مکانیکی یک جسم در طول مسیر همواره مقداری ثابت است. به عبارتی دیگر داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

گلوله‌ای در شرایط خلأ، از سطح زمین با سرعت اولیه  $30 \frac{m}{s}$  در امتداد قائم، به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ (سراسری - تجربی - ۹۹)

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. سپس انرژی مکانیکی اولیه گلوله را به دست می‌آوریم. پس داریم:

$$E = K + U = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m V^2 \quad (*)$$

حال فرض می‌کنیم در ارتفاع  $h$  از سطح زمین، انرژی جنبشی نصف انرژی پتانسیل گرانشی شده است. پس داریم:

$$K = \frac{1}{2} U$$

$$E = K + U = \frac{1}{2} U + U \xrightarrow{E = E_0 \text{ (انرژی مکانیکی در همه نقاط برابر است)}} \frac{1}{2} m V^2 = \frac{3}{2} m g h \Rightarrow h = \frac{V^2}{3g} = \frac{30^2}{3 \times 10} = 30 \text{ m}$$

چون مسیر بدون اصطکاک است پس به کمک پایستگی انرژی مکانیکی به راحتی این مسأله را حل می‌کنیم:

(۱) پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط B و C:

$$E_B = E_C \Rightarrow K_B + U_B = K_C + U_C \xrightarrow{K_C = \frac{1}{6} K_B \Rightarrow K_B = \frac{5}{5} K_C} \xrightarrow{h_B = 4h_C \Rightarrow U_B = 4U_C} \frac{5}{5} K_C + 4U_C = K_C + U_C \Rightarrow 4U_C = \frac{3}{5} K_C \Rightarrow U_C = \frac{1}{5} K_C \Rightarrow K_C = 4U_C$$

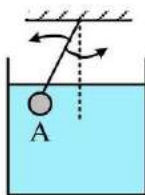
(۲) پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و C:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \xrightarrow{K_A = 0 \Rightarrow K_C = 4U_C} U_A = 4U_C + U_C \Rightarrow U_A = 5U_C \Rightarrow h_A = 5h_C$$

گروه آموزشی ماز



۳۵ - در شکل روبه‌رو، جرم گلوله آونگ ۲ kg و نیروی شناوری وارد بر آن ۶ N است. اگر گلوله را از نقطه A رها کنیم، تندی آونگ هنگامی که به پایین‌ترین نقطه مسیر خود می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟ (از تمام نیروهای مقاوم و اتلافی در مسیر حرکت صرف‌نظر شود.)



$$\sqrt{12} \quad (2)$$

$$\sqrt{7} \quad (4)$$

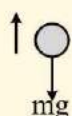
$$\sqrt{6/5} \quad (1)$$

$$\sqrt{3/5} \quad (3)$$

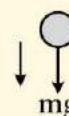
پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۱۰	۹	۱۰	سوال	دهم	کار و نیروی شناوری	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	فصل ۳ و ۴	سختی	سخت

کار نیروی وزن: نیروی وزن همواره به سمت پایین است و کار آن برابر است با:



$$W_g = mgh$$



$$W = -mgh$$

کار نیروی شناوری: نیروی شناوری که از طرف شاره به جسم وارد می‌شود همواره به سمت بالا است و کار آن برابر است با:



$$W_{F_b} = +F_b \Delta h$$



$$W_{F_b} = -F_b \Delta h$$

به بهانه این سوال به مرور داشته باشیم بر نیروی شناوری:

نیروی شناوری

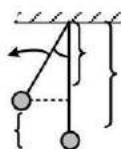
به جدول زیر که مقایسه چگالی‌ها، نیروی شناوری و نیروی وزن را نشان می‌دهد، خوب توجه کنید: (جسم را به آرامی داخل شاره فرو برده و رها می‌کنیم)

مقایسه چگالی‌ها	مقایسه نیروها	وضعیت
مایع $\rho > \rho$ جسم	$F_b < W$	جسم ته‌نشین می‌شود.
مایع $\rho = \rho$ جسم	$F_b = W$	جسم غوطه‌ور می‌شود.
مایع $\rho < \rho$ جسم	$F_b > W$	جسم بالا می‌آید به‌طوری که بخشی از آن از مایع خارج شده و جسم در سطح شاره شناور می‌شود و در نتیجه $F_b = W$ می‌شود.

قضیه کار و انرژی جنبشی: بین کار کل انجام شده روی یک جسم و تغییر انرژی جنبشی آن رابطه‌ای وجود دارد که به قضیه کار و انرژی جنبشی معروف است:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{F_b} + W_g + W_{f_k} + W_{f_s} = K_f - K_i$$

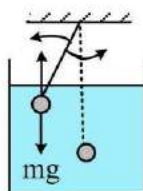
در حالت (۱) آونگ از راستای قائم  $37^\circ$  منحرف بوده و در حالت (۲) آونگ در راستای قائم قرار گرفته است، تغییر ارتفاع از حالت (۱) تا (۲) را بدست می‌آوریم:



$$\cos 37^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} \rightarrow \frac{\ell'}{\ell} = \frac{1}{2.5} \rightarrow \ell' = 1 \text{ m}$$

$$\Delta h = \ell - \ell' \rightarrow \Delta h = 2.5 - 1 = 1.5 \text{ m}$$

در حالت (۱) آونگ رها شده و  $K_i = 0$  است، با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

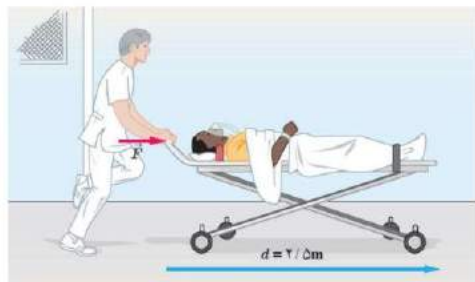


$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_g = K_f - K_i \rightarrow -F_b \Delta h + mg \Delta h = K_f$$

$$\rightarrow -6 \times (0/25) + 20 \times (0/25) = \frac{1}{2} \times 2v_f^2 \rightarrow -1/5 + 5 = v_f^2 \rightarrow v_f = \sqrt{3/5}$$

### گروه آموزشی ماز

۳۶- بیماری به جرم  $72\text{ kg}$  روی تختی به جرم  $18\text{ kg}$  دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی  $\vec{F}$  هل می‌دهد و شتاب حرکت مجموعه تخت و بیمار برابر  $\frac{m}{s^2}$  است. کار کل وارد بر مجموعه تخت و بیمار پس از  $2/5$  متر جابه‌جایی چند ژول است؟



۵۴ (۱)

۷۲ (۲)

۱۳۵ (۳)

۱۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۴	۵	۶	سوال	دهم	کار نیروی ثابت	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده

کار نیروی ثابت از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$W_F = Fd \cos \theta$$

$\theta$  زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است.

با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی برآیند وارد بر یک جسم برابر است با:  $F_{\text{net}} = ma$   
اگر به جسمی چند نیرو وارد شود و برآیند نیروها در جهت حرکت باشند خواهیم داشت:

$$\begin{cases} W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta \\ F_{\text{net}} = ma \end{cases} \xrightarrow{\theta=0} W_t = mad$$

(۱) با توجه به درسنامه بالا در گام اول با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی برآیند را حساب می‌کنیم:

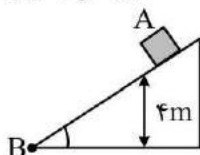
$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=72+18=90\text{ kg}, a=0/6 \frac{m}{s^2}} F_{\text{net}} = 90 \times 0/6 = 54\text{ N}$$

(۲) نیروها به سمت راست و بیمار و تخت نیز به سمت راست در حال کشیده شدن است، پس:

$$W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} W_t = 54 \times 2/5 \times 1 \rightarrow W_t = 135\text{ N}$$

www.biomaze.ir

۳۷- در شک روبه‌رو، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  را از نقطه A با تندی  $v$  رها می‌کنیم و گلوله با همان تندی به زمین می‌رسد. نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



۲/۵ (۲)

۱۰ (۴)

۵ (۱)

۷/۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۶	سوال	دهم	دما	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده

در صورتی که برای ثبت نام در آزمون ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.



(۱) مسیر دارای اصطکاک است و جسم از نقطه A با تندی  $v$  پرتاب شده است:

$$E_A = K_A + U_A \rightarrow E_A = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_A$$

(۲) در نقطه B جسم به سطح زمین رسیده و تنها انرژی جنبشی دارد:

$$E_B = K_B + U_B \rightarrow E_B = \frac{1}{2}mv^2$$

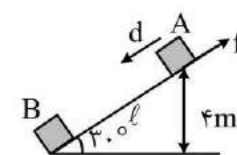
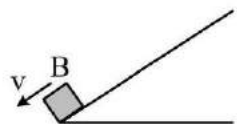
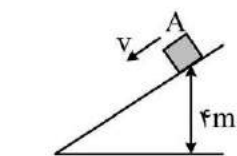
(۳) با توجه به پایستگی انرژی کار نیروی اتلافی را حساب می‌کنیم:

ضلع روبه‌رو

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\ell} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\ell}{\ell} \rightarrow \ell = \lambda m$$

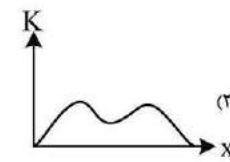
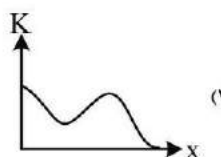
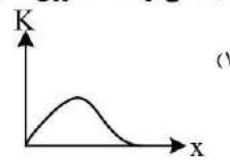
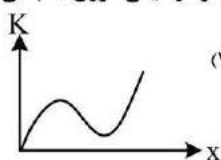
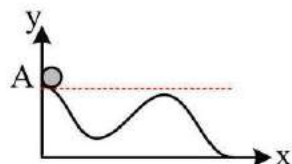
$$E_B - E_A = W_f \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - (\frac{1}{2}mv^2 + mgh_A) = W_f$$

$$-2 \times 10 \times 4 = W_f \quad \frac{W_f = fd \cos \theta}{d = \ell = \lambda m, \theta = 180^\circ} \rightarrow f \times \lambda \times (-1) = -80 \rightarrow f = 10 \text{ N}$$



### گروه آموزشی ماز

۳۸ - جسمی از نقطه A روی سطح منحنی بدون اصطکاک رها می‌شود. نمودار کیفی انرژی جنبشی بر حسب  $x$  کدام است؟



پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه ۱۰	۷	۱	۸	سوال	دهم	انرژی مکانیکی					

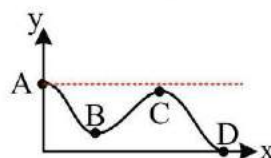
در مسیرهای بدون اتلاف، انرژی مکانیکی ثابت است:

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow K_1 - K_2 = U_2 - U_1 \rightarrow -\Delta K = \Delta U$$

در واقع هر اندازه انرژی جنبشی کاهش یابد همان اندازه، انرژی پتانسیل افزایش خواهد یافت و بالعکس.

در مسیرهای منحنی اگر جسم در حال پایین آمدن باشد، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و بالعکس.

جسم ابتدا رها شده و انرژی جنبشی در نقطه A صفر است.

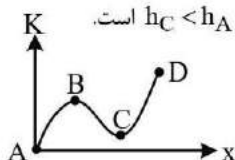


در مسیر A تا B جسم در حال پایین آمدن بوده و با توجه به درسنامه انرژی جنبشی افزایش می‌یابد.

در مسیر B تا C جسم در حال بالا آمدن بوده و با توجه به درسنامه انرژی جنبشی کاهش می‌یابد ولی صفر نمی‌شود چون  $h_C < h_A$  است.

در مسیر C تا D جسم در حال پایین آمدن بوده و با توجه به درسنامه انرژی جنبشی افزایش می‌یابد.

پس نمودار گزینه (۲) درست است:



روش تستی: مسیر بدون اصطکاک است پس در پایین ترین نقطه مسیر، تندی گلوله بیشترین مقدار می شود و فقط گزینه ۲ چنین است.

www.biomaze.ir

۳۹ - جرم یک خودروی سبک به همراه سرنشینان آن ۹۰۰ kg است. اگر سرعت خودرو در نقطه A، در SI،  $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  و در نقطه B در SI،  $\vec{v}_B = 7\vec{i} - 24\vec{j}$  باشد، کار کل از نقطه A تا B چند کیلوژول است؟



- (۱) ۱۳۵  
(۲) ۲۷۰  
(۳) ۱۲۵  
(۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۵	۶	۷	سوال	دهم	کار و انرژی جنبشی	و ترکیب				

انرژی جنبشی یک جسم، به انرژی ای گفته می شود که جسم به دلیل حرکت خود دارد.

$$k = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \begin{matrix} \text{تندی (m/s)} \\ \text{جرم (kg)} \\ \text{انرژی جنبشی (J)} \end{matrix}$$

در رابطه انرژی جنبشی،  $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، تندی و اندازه سرعت است

قضیه کار و انرژی جنبشی

کار برآیند صورت گرفته روی جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی آن است:

$$W_t = \Delta k = k_f - k_i \rightarrow \begin{matrix} \rightarrow W_t > 0 \Rightarrow \text{تندی جسم افزایش می یابد.} \\ \rightarrow W_t < 0 \Rightarrow \text{تندی جسم کاهش می یابد.} \\ \rightarrow W_t = 0 \Rightarrow \text{تندی اولیه با تندی نهایی یکسان است یا تندی جسم ثابت است.} \end{matrix}$$

مثال

گلوله ای به جرم ۲ kg با سرعت اولیه  $20 \frac{m}{s}$ ، تحت زاویه  $\alpha$  رو به بالا پرتاب می شود. این گلوله با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  از نقطه اوج می گذرد، کار برآیند نیروهای وارد بر گلوله از لحظه پرتاب تا زمان رسیدن به نقطه اوج چند ژول است؟ (ریاضی ۹۲ - خارج از کشور)

- (۱) -۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۵۰ (۴) -۳۰۰

پاسخ:

$$\left. \begin{matrix} m = 2 \text{ kg} \\ v_1 = 20 \frac{m}{s} \\ v_2 = 10 \frac{m}{s} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta k = k_f - k_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \\ = \frac{1}{2}(2)(10^2 - 20^2) = -300 \text{ J} \Rightarrow W_t = \Delta k = -300 \text{ J}$$

پاسخ گزینه (۴) است.

به عنوان مثال سوم برای درک بهتر و رسیدن به توانایی لازم برای حل این تست پیشنهاد می کنیم که ابتدا تمرین (۳-۸) صفحه ۶۳ کتاب درسی حل شود. حل آن را به عنوان تمرین به خودتان می سپاریم!



اندازه برداری که با  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  بیان شده به کمک فیثاغورس به دست می‌آید:

$$\vec{R} = \alpha \hat{i} + \beta \hat{j}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

تندی خودرو در مکان A را بدست می‌آوریم:

$$\vec{v}_A = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$|\vec{v}_A| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \frac{m}{s}$$

تندی خودرو در مکان B را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_B = 7\hat{i} - 24\hat{j}$$

$$|\vec{v}_B| = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25 \frac{m}{s}$$

تندی خودرو را داشته و کار کل خواسته شده است به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_t = K_f - K_i \rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 900 \times (25^2 - 5^2) \rightarrow W_t = 450 \times 600 = 270000 J = 270 kJ$$

### گروه آموزشی ماز

۴۰- توبی به جرم ۴۰۰g با تندی  $10 \frac{m}{s}$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوا را در طول مسیر ثابت و برابر ۱N فرض کنیم.

تندی گلوله هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

$$3\sqrt{15} \quad (4)$$

$$3\sqrt{10} \quad (3)$$

$$2\sqrt{15} \quad (2)$$

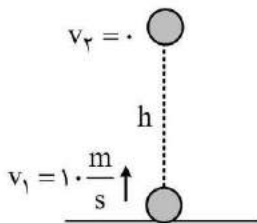
$$2\sqrt{10} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۷	سوال	دهم	انرژی مکانیکی و پایداری انرژی	و ترکیب			سختی	متوسط

(۱) گلوله از سطح زمین با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به سمت بالا پرتاب شده و ابتدا ارتفاع اوج را حساب می‌کنیم.

در نقطه اوج تندی گلوله صفر می‌شود:



$$E_f - E_i = W_f$$

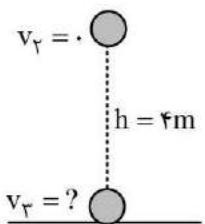
$$(K_f + U_f) - (K_i + U_i) = W_f \xrightarrow{U_i=0, K_f=0} mgh - \frac{1}{2}mv_i^2 = -fh$$

$$0/4 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 0/4 \times 100 = -h \rightarrow \Delta h = 20 \rightarrow h = 4m$$

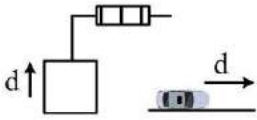
(۲) در گام دوم حرکت گلوله از نقطه اوج تا رسیدن مجدد به زمین را بررسی می‌کنیم:

$$E_f - E_i = W_f \rightarrow K_f + U_f - (K_i + U_i) = -fh$$

$$\frac{1}{2} \times 0/4 \times v_f^2 - 0/4 \times 10 \times 4 = -4 \rightarrow 0/2 v_f^2 = 12 \rightarrow v_f = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \frac{m}{s}$$



۴۱- در شکل رویه‌رو، اتاقک آسانسور به جرم  $400\text{ kg}$  و یک ماشین به جرم  $800\text{ kg}$  نشان داده شده است که توان موتور هردو وسیله یکسان است. اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت خودرو نصف نیروی وزن آن باشد و هردو وسیله هم‌زمان از حال سکون شروع به حرکت کنند و پس از  $t$  ثانیه تندی آسانسور به  $v$  و تندی خودرو به  $v'$  برسد،  $\frac{v}{v'}$  کدام است؟  $(g = 10\text{ N/kg})$



(در مدت  $t$ ، جابه‌جایی ماشین و آسانسور یکسان است.)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناختی	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۰	۸	۸	۹	سوال	دهم	توان				سختی	سخت

(۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

باتوجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود، می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی (مثلاً موتور خودرو) شود.

(۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

نکته ۲) توان تلف شده برابر است با تفاضل توان‌های ورودی و خروجی دستگاه  $P_L = P_{in} - P_{out}$

نکته ۳) برای محاسبه توان تولیدی یک دستگاه که باعث تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل جسم می‌شود، داریم:  $P = \frac{\Delta U + \Delta K}{\Delta t}$

مثال

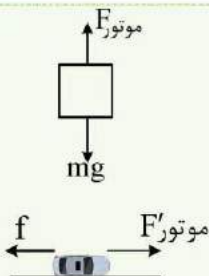
پمپ آبی با توان  $10\text{ kW}$  در هر ساعت،  $120000$  لیتر آب با چگالی  $1\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  را به اندازه  $8$  متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟  $(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$$P_{\text{واقعی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{120000 \times 1 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3}\text{ w}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{واقعی}}}{P_{\text{اسمی}}} = \frac{\frac{8000}{3}}{15000} = \frac{4}{15} = 26\frac{2}{3}\%$$

نکته:

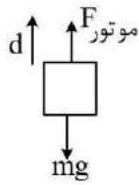
نیروهای وارد بر آسانسور بر مسیر حرکت آن برابر است با:



نیروهای وارد بر ماشین بر مسیر حرکت آن برابر است با:



۱) با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای آسانسور و خودرو کار موتور آن‌ها را حساب می‌کنیم دقت کنید هر دو از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند:  
(الف) آسانسور:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_F + W_g = K_f - K_i \xrightarrow{K_i=0} W_F + (-mgd) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W_F - 4000 \cdot d = 200 \cdot v^2 \rightarrow W_F = 4000 \cdot d + 200 \cdot v^2$$

ب) خودرو:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{F'} + W_f = K_f - K_i \xrightarrow{K_i=0} W_{F'} - \frac{m'g}{2}d = \frac{1}{2}m'v'^2$$

$$W_{F'} = 4000 \cdot d + 400 \cdot v'^2$$

۳) کار موتور آسانسور در مدت  $t$  انجام شده پس توان موتور آسانسور برابر است با:

$$P_{\text{آسانسور}} = \frac{W_F}{t} = \frac{4000 \cdot d + 200 \cdot v^2}{t}$$

۴) کار موتور خودرو در مدت  $t$  انجام شده پس توان موتور خودرو برابر است با:

$$P_{\text{خودرو}} = \frac{W_{F'}}{t} = \frac{4000 \cdot d + 400 \cdot v'^2}{t}$$

۵) توان دو موتور یکسان است:

$$P_{\text{موتور آسانسور}} = P_{\text{خودرو}} \rightarrow \frac{4000 \cdot d + 200 \cdot v^2}{t} = \frac{4000 \cdot d + 400 \cdot v'^2}{t} \rightarrow 200 \cdot v^2 = 400 \cdot v'^2 \rightarrow v^2 = 2v'^2$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2}v'$$

### گروه آموزشی ماز

۴۲ - پمپ آبی در هر ۲ دقیقه، ۴ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح رودخانه ۱۵ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۸

کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg}, \rho \text{ آب} = 1 \frac{g}{cm^3})$

۳۷/۵ (۴)

۲۵ (۳)

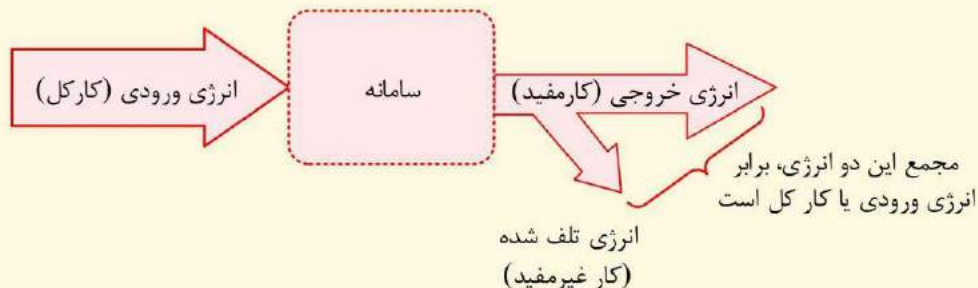
۷۵ (۲)

۶۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه ۱۰	۵	۶	۶	سوال	دهم	بازده					

در هر سامانه تنها بخشی از انرژی ورودی به انرژی مورد نیاز، تبدیل می‌شود:



به نسبت انرژی خروجی (توان خروجی) به انرژی ورودی (توان ورودی) را بازده گویند:

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{انرژی خروجی}} = \frac{\text{توان ورودی}}{\text{انرژی ورودی}}$$

اگر این نسبت را در ۱۰۰ ضرب کنیم بازده به صورت درصدی بیان خواهد شد.

(مثال)

اگر توان مصرفی (ورودی) یک جاروبرقی ۲۰۰۰W و توان خروجی (مفید) آن ۸۰۰W باشد، یعنی این جاروبرقی در هر ثانیه ۲۰۰۰J انرژی الکتریکی مصرف می‌کند و ۸۰۰J آن صرف کار مفید (خروجی) می‌شود. یعنی در هر ثانیه، ۱۲۰۰J انرژی به صورت انرژی صوتی یا گرم شدن اجزای جاروبرقی یا ... تلف می‌شود و بازده آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{بازده} = \frac{۸۰۰}{۲۰۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۴}{۱۰} \times ۱۰۰ = ۴۰\%$$

(۱) توان خروجی پمپ باعث می‌شود که ۴m<sup>۳</sup> آب به اندازه ۱۵ متر در مدت ۲min بالا آید:

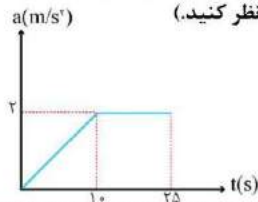
$$\begin{aligned} E_{\text{خروجی}} &= mgh \rightarrow E_{\text{خروجی}} = m \times ۱۰ \times ۱۵ \\ \rho &= \frac{m}{V} \quad \rho = \frac{۱ \text{ g}}{\text{cm}^3} = ۱۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \rightarrow ۱۰۰۰ = \frac{m}{۴} \rightarrow m = ۴۰۰۰ \text{ kg} \end{aligned} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{t}$$

$$= \frac{۴۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۵}{۲ \times ۶۰} = ۵۰۰ \text{ W} = ۰.۵ \text{ KW}$$

(۲) با توجه به درسامه با داشتن توان ورودی و خروجی بازده را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \rightarrow Ra = \frac{۰.۵}{۰.۸} \times ۱۰۰ = ۶۲.۵\%$$

۴۳- یک پمپ آب با توان مصرفی ۸ کیلووات، ۱۰۰ کیلوگرم آب ساکن را از عمق ۲ متری زمین به ارتفاع ۸ متری از سطح زمین می‌رساند. اگر نمودار شتاب- زمان برای آب جابه‌جا شده به صورت زیر باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ (از تمام نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید.)



- (۱) ۲۵  
(۲) ۳۵  
(۳) ۴۵  
(۴) ۵۵

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۷	۸	۸	سوال	دهم	توان و بازده	پیش نیاز و ترکیب	☒	☒	مختی	متوسط

(۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

باتوجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالابر) شود، می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی (مثلاً موتور خودرو) شود.

(۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.



$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100$$

تبدیل به درصد

نکته ۲) توان تلف شده برابر است با تفاضل توان‌های ورودی و خروجی دستگاه  $P_L = P_{in} - P_{out}$

نکته ۳) برای محاسبه توان تولیدی یک دستگاه که باعث تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل جسم می‌شود، داریم:  $P = \frac{\Delta U + \Delta K}{\Delta t}$

مثال

پمپ آبی با توان ۱۰kw در هر ساعت، ۱۲۰۰۰۰ لیتر آب با چگالی  $1 \frac{gr}{cm^3}$  را به اندازه ۸ متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

$$P_{واقعی} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{120000 \times 10 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3} W$$

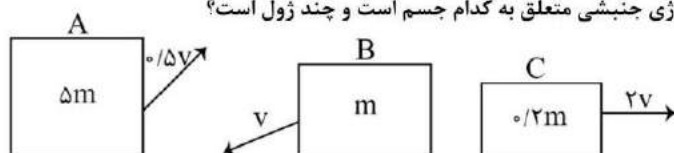
$$Ra = \frac{P_{واقعی}}{P_{اسمی}} = \frac{\frac{8000}{3}}{10000} = \frac{4}{15} \approx 26.6\%$$

با توجه به سطح زیر نمودار:  $S = \Delta V = 40 \frac{m}{s}$

$$Ra = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2}{P \cdot t}$$

$$Ra = \frac{(100)(10)(10) + \frac{1}{2} \times 100 \times 40^2}{(8000)(25)} = \frac{45}{100} = 45\%$$

۴۴ - مجموع انرژی جنبشی اجسام مقابل برابر ۳۰۵ ژول است. حداقل انرژی جنبشی متعلق به کدام جسم است و چند ژول است؟



- (۱) جسم B و ۸۰
- (۲) جسم C و ۸۰
- (۳) جسم B و ۱۰۰
- (۴) جسم C و ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۵	۴	۶	سوال	دهم	انرژی جنبشی	و ترکیب			سختی	ساده



انرژی جنبشی:

«انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم»  
برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند انرژی جنبشی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$K \leftarrow$  انرژی جنبشی

$m \leftarrow$  جرم

$v \leftarrow$  تندی

$$J = kg \frac{m^2}{s^2} = N \cdot m$$

یکای انرژی

انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای و نامنفی است که فاقد جهت می‌باشد. (انرژی جنبشی به جهت حرکت و یا جهت سرعت بستگی ندارد).  
محاسبه تغییر انرژی جنبشی جسمی که جرم آن ثابت است:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

گام اول: رابطه انرژی جنبشی را برای هر جسم می‌نویسیم:

$$K_A = \frac{1}{2} \times \Delta m \times (\Delta v)^2$$

$$K_B = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_C = \frac{1}{2} \times \Delta m \times (2v)^2$$

گام دوم: با توجه به داشتن مجموع انرژی جنبشی، انرژی جنبشی هر سه جسم را جمع کرده تا به به رابطه‌ای مشترک بین آنها دست یابیم:

$$K_t = \frac{1}{2} m v^2 (1/25 + 1 + 4)$$

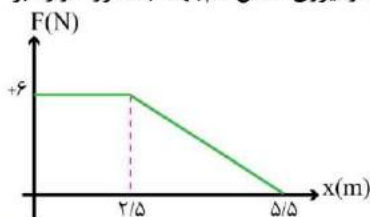
$$K_t = 30.5 \rightarrow 30.5 = \frac{1}{2} m v^2 \times 2/5 \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 100 \text{ J}$$

گام سوم: حال با داشتن رابطه مورد نظر و رابطه‌های موجود در گام اول، انرژی جنبشی هر سه جسم را بدست می‌آوریم:

$$\rightarrow K_A = 12.5 \text{ J}, K_B = 100 \text{ J}, K_C = 80 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۵ - جسمی به جرم ۱/۵ کیلوگرم با تندی ۲ متر بر ثانیه از مبدأ مختصات روی خط راست، عبور می‌کند. نمودار نیروی خالص هم‌جهت با محور x وارد بر جسم بر حسب مکان مطابق شکل مقابل است. تندی جسم در مکان  $x = 5/5 \text{ m}$  چند متر بر ثانیه است؟

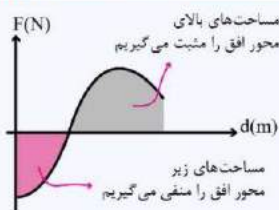


- (۱) ۶  
(۲)  $6\sqrt{2}$   
(۳) ۴  
(۴)  $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۶	۴	۸	سوال	دهم	کار نیروی خالص	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

### کار نیروی خالص

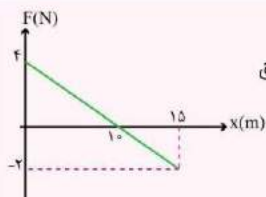


مساحت زیر نمودار در راستای جابه‌جایی نیرو بر حسب جابه‌جایی برابر کار انجام شده توسط همان نیرو می‌باشد.

$$S = F_{\text{net}} \times \Delta x = W$$

مساحت زیر نمودار نیروی خالص در راستای جابه‌جایی بر حسب جابه‌جایی برابر کار کل می‌باشد. منظور از مساحت زیر نمودار مساحتی است که نمودار با محور افقی می‌سازد.

### مثال:



بر جسمی نیروی F وارد شده و جسم را جابجا کرده است. نمودار نیروی افقی F هم‌جهت با محور x بر حسب مکان جسم مطابق شکل می‌باشد. کار نیروی F در جابجایی جسم از  $x = 0$  تا  $x = 1.5 \text{ m}$  چند ژول است؟

$$S_1 = + \frac{4 \times 1.0}{2} = +2.0 \text{ J}$$

$$S_2 = - \frac{5 \times 2}{2} = -5 \text{ J}$$

$$W_F = +2.0 - 5 \rightarrow W_F = +1.5 \text{ J}$$



مساحت زیر نمودار نیرو - جابه‌جایی برابر کار انجام شده توسط همان نیرو می‌باشد. در این سؤال چون نمودار نیروی خالص است پس کار کل بدست می‌آید.

$$W_t = \frac{5/5 + 2/5}{2} \times 6 = 24J$$

$$W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

از طرفی، طبق قضیه کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$24 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times (v_f^2 - 0^2) \rightarrow v_f = 6 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۶- جسمی به جرم ۲۰۰g روی یک سطح افقی قرار دارد. بر این جسم دو نیروی  $\vec{F}_1 = 9\vec{i} + 12\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = -5\vec{i}$  وارد می‌شود و جسم در جهت محور x ۴۰cm جابجا می‌شود. کار نیروی  $F_1$  و  $F_2$  به ترتیب چند ژول است؟

- (۱) ۳/۶، -۲ (۲) ۳/۶، +۲ (۳) ۶، -۲ (۴) ۶، +۲

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۵	۴	۶	سوال	دهم	کار	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

هرگاه نیرو و جابجایی را برحسب  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  به ما بدهند می‌توان کار این نیروها را بصورت زیر محاسبه کرد.

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

$$\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$$

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

چون جابجایی در جهت محور x است می‌توان نوشت:

$$\vec{d} = +0/4\vec{i}$$

$$\vec{F}_1 = 9\vec{i} + 12\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -5\vec{i}$$

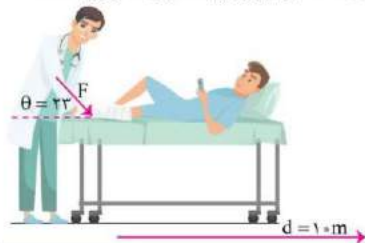
$$W_{F_1} = (9 \times 0/4) + (12 \times 0) = +3/6J$$

$$W_{F_2} = (-5 \times 0/4) + (0 \times 0) = -2J$$

### گروه آموزشی ماز

۴۷- بیماری به جرم ۸۰ کیلوگرم روی تختی به جرم ۲۰ کیلوگرم دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی F روی سطح افقی به اندازه ۱۰ متر با شتاب ۰/۵ متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌دهد. اگر نیروی اصطکاک جنبشی تخت و سطح افقی، ۲۰ نیوتن باشد کار نیروی پرستار چند ژول است؟

- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۲۰۰  
(۳) ۷۰۰  
(۴) ۸۰۰



پاسخ: گزینه ۴

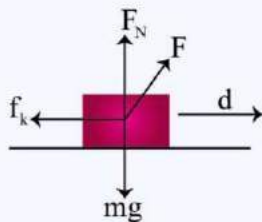
مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۷	۵	۸	سوال	دهم	کار کل	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط



۱) قضیه کار - انرژی جنبشی: اگر در سؤال تندی یا انرژی جنبشی را بدهند برای محاسبه کار کل بهتر است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنیم:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

۲) کار تک‌تک نیروها را جداگانه به‌دست می‌آوریم و در نهایت همه‌ی آن‌ها را جمع جبری می‌کنیم:



$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_F + \dots$$

۳) ابتدا برآیند نیروهای وارد بر جسم را به‌دست آورده و در نهایت کار نیروی برآیند (نیروی خالص) را محاسبه می‌کنیم.



$$W_t = W_{F_{net}} \rightarrow W_t = F_{net} d \cos \theta$$

اگر شتاب حرکت جسم را داشته باشیم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$W_t = F_{net} d \cos \theta \xrightarrow{F_{net} = ma} W_t = ma d \cos \theta$$

فقط در حرکت تندشونده روی خط راست که شتاب هم‌جهت جابه‌جایی می‌باشد ( $\theta = 0$ ) آن‌گاه در رابطه  $\cos \theta$  نمی‌خواهد.

$$W_t = ma d \cos \theta \xrightarrow{\substack{\theta = 0 \\ \cos \theta = 1}} W_t = ma d$$

پاسخ: ۸۰۰ جی

همان‌طور که می‌دانیم کار کل را هم می‌توانیم از طریق جمع جبری کلیه کارها و هم از طریق کار نیروی خالص محاسبه کنیم، پس:

$$W_t = F_t d \cos \theta = ma d \cos \theta$$

$$W_t = W_f + W_p + W_g + \dots$$

از طرفی بر دستگاه چهار نیروی  $F$  و  $F_N$  و  $mg$  و  $f_k$  وارد می‌شود که کار  $F_N$  و  $mg$  صفر است (چون  $F_N$  و  $mg$  عمود بر جابه‌جایی می‌باشند) پس:

$$W_F + W_{f_k} = ma d \cos \theta$$

$$W_F + (-30 \times 10) = (80 + 20) \times 0.5 \times 10 \times 1$$

$$W_F = 800 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۸ - مطابق شکل آونگی به جرم ۵۰۰ گرم و طول ۸ متر را ۵۳ درجه نسبت به راستای قائم منحرف کرده و با تندی ۲ متر بر ثانیه پرتاب می‌کنیم. زمانی

که تندی گلوله  $\frac{6}{5} \frac{m}{s}$  است ارتفاع گلوله نسبت به سطح زمین چند متر می‌باشد؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) است و از کلیه نیروهای اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید

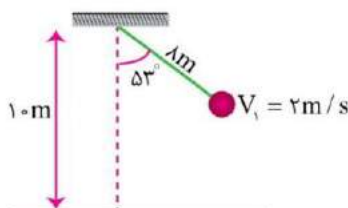
$$(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6)$$

$$1/6 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3/6 \quad (3)$$

$$6/4 \quad (4)$$



پاسخ: گزینه ۳



مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناخته	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان
درجه ۱۵	۷	۵	۸	سوال	دهم	قضیه کار و انرژی جنبشی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	متوسط	متوسط



## اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

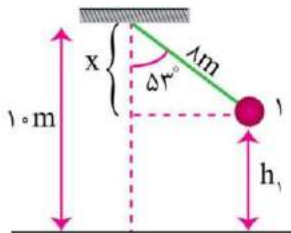
اگر بر جسمی نیروهای ناپایستار وارد نشود و بتوان از اثر ناشی از نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا صرف نظر کرد انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر حرکت ثابت می ماند.

اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای شرایطی کاربرد دارد که تنها نیروی وزن بر روی جسم کار انجام دهد. یعنی نیروهای دیگر از جمله نیروی خارجی  $F$  و اصطکاک و مقاومت هوا (تلفات انرژی) نداشته باشیم.

فرم اصلی:  $E_1 = E_2$  «مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است»

فرم دوم:  $\Delta U = -\Delta K$  هر چقدر انرژی پتانسیل جسم کاهش یابد به همان میزان انرژی جنبشی جسم افزایش می یابد طوری که در نهایت مجموع آنها یعنی انرژی مکانیکی ثابت بماند.

پایستگی انرژی مکانیکی



$$x = 1 \times \cos 53^\circ = 1 \times 0.6 = 0.6 \text{ m}$$

$$h_1 = 1 - 0.6 = 0.4 \text{ m}$$

ابتدا ارتفاع نقطه (۱) نسبت به سطح زمین را بدست می آوریم:

چون فقط  $mg$  بر روی گلوله کار انجام می دهد داریم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

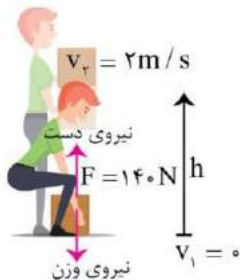
$$\rightarrow 1 \times 0.4 + \frac{1}{2} \times 2^2 = 1 \times h_2 + \frac{1}{2} \times 6^2$$

$$0.4 + 2 = h_2 + 18 \rightarrow h_2 = 3.6 \text{ m}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۹ - شکل روبرو شخصی را نشان می دهد که با وارد کردن نیروی ثابت ۱۴۰ نیوتن جعبه ای به جرم ۸ کیلوگرم را از حال سکون در امتداد قائم تا ارتفاع  $h$  جابجا می کند. تندی نهایی جعبه در ارتفاع  $h$  به ۲ متر بر ثانیه می رسد و انرژی پتانسیل گرانشی جعبه تا این ارتفاع ۱۲۸ J تغییر می کند. تلفات انرژی

چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  است.)



- ۳۳۶ (۱)
- ۱۴۴ (۲)
- ۸۸ (۳)
- ۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۷	۹	۸	سوال	دهم	انرژی پتانسیل گرانشی	و ترکیب			متوسط	

پایستگی انرژی مکانیکی

چون بر جعبه نیروی  $F$  وارد شده نمی توان از  $E_1 = E_2$  یا  $W_F = E_2 - E_1$  استفاده کرد. پس با قضیه کار - انرژی جنبشی سؤال را حل می کنیم:

$$W_{mg} = -\Delta U \rightarrow W_{mg} = -128 \text{ J}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h \rightarrow -128 = -8 \times 10 \times \Delta h \rightarrow \Delta h = 1.6 \text{ m}$$



بر جعبه سه نیروی  $F$  و  $mg$  و  $f_{air}$  اثر می کند.

$$W_F + W_{mg} + W_{f_{air}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$140 \times 1.6 \times \cos 0 - 128 + W_{f_{air}} = \frac{1}{2} \times 8 (2^2 - 0^2)$$

$$224 - 128 + W_{f_{air}} = 16 \rightarrow W_{f_{air}} = -80 \text{ J}$$

## گروه آموزشی ماز

۵۰ - شخصی گلوله‌ای به جرم ۲۰۰g را از روی زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع ۲۲۰cm بالا می‌برد و سپس آن را با تندی  $v_1$  پرتاب می‌کند. اگر گلوله با تندی  $v_1 + 2 \frac{m}{s}$  به سطح زمین برخورد کند کار انجام شده توسط شخص روی گلوله چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  است و از کلیه نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود)

۱۴/۴ (۴)

۱۰ (۳)

۵/۶ (۲)

۴/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناختی	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه از ۱۰	۷	۹	۸	سوال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

### اثبات رابطه مستقل از زمان

در حرکت شتاب دار با شتاب ثابت، می‌توان رابطه‌ای یافت که در شکل ظاهری رابطه، زمان وجود ندارد، به همین علت آن را مستقل از زمان می‌نامیم. برای تعیین این رابطه، از رابطه‌ی جابه‌جایی استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{V + V_0}{2} t = \frac{V + V_0}{2} \times \frac{V - V_0}{a} = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} \Rightarrow V^2 - V_0^2 = 2a \Delta x$$

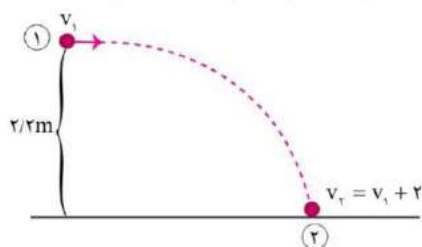
نکته:

رابطه مستقل از زمان در حالت کلی به صورت زیر است:

$$V_f^2 - V_i^2 = 2a(x_f - x_i)$$

پایه آموزشی

از لحظه پرتاب تا لحظه برخورد به زمین تنها نیروی وارد بر گلوله وزن است پس می‌توان از روابط  $E_1 = E_f$  یا  $v_f^2 - v_i^2 = -2g\Delta h$  استفاده کرد.



$$E_1 = E_f \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$10 \times 2/2 + \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}(v_1 + 2)^2$$

$$\times 2 \rightarrow 44 = (v_1 + 2)^2 - v_1^2 = 2(2v_1 + 2)$$

$$\rightarrow 4v_1 = 40 \rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

کاری که شخص روی گلوله انجام داده به صورت زیر است:

(۱) بالا بردن گلوله  $\leftarrow$  افزایش انرژی پتانسیل گرانشی ( $mgh_1$ )

(۲) پرتاب گلوله  $\leftarrow$  افزایش انرژی جنبشی ( $\frac{1}{2}mv_1^2$ )

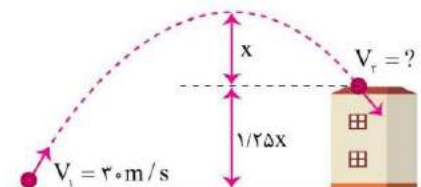
$$\text{کار شخص روی گلوله} = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0/2 \times 10 \times 2/2 + \frac{1}{2} \times 0/2 \times 10^2 = 4/4 + 10 = 14/4 J$$

روش دوم: چون در حین پرتاب نیروهای اتلافی وجود نداشته است، می‌توان انرژی نهایی گلوله را در هنگام برخورد به زمین را برابر با کار شخص در نظر گرفت.

$$\text{کار شخص روی گلوله} = E_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2} \times 0/2 \times (10 + 2)^2 = 14/4 J$$

### گروه آموزشی ماز

۵۱ - تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی ۳۰ متر بر ثانیه به طرف یک ساختمان پرتاب می‌شود. تندی برخورد توپ به پشت بام ساختمان چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  است و از کلیه نیروهای اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید).



۱۰ (۱)

$10\sqrt{5}$  (۲)

۲۰ (۳)

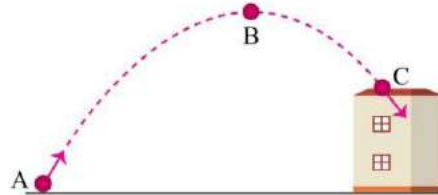
$20\sqrt{5}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۷	۸	۸	سوال	دهم	انرژی مکانیکی	پیش نیاز و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

پاسخ تشریحی:

در سؤالاتی که تنها نیروی وزن بر روی جسم کار انجام می‌دهد بهترین روش استفاده از رابطه پایستگی انرژی مکانیکی ( $E_1 = E_2$ ) یا رابطه مستقل از زمان  $(v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta h)$  می‌باشد.



می‌دانیم در نقطه اوج تندی صفر است.

$$AB \text{ مسیر } v_B^2 - v_A^2 = -2g\Delta h_{AB}$$

$$0 - 30^2 = -2 \times 10 \times 2 / 25 x \rightarrow x = 20 \text{ m}$$

$$BC \text{ مسیر } v_C^2 - v_B^2 = -2g\Delta h_{BC}$$

$$v_C^2 - 0 = -2 \times 10 \times (-20) \rightarrow v_C = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲ - یک خودرو به جرم  $1/5$  تن و توان متوسط موتور  $30 \text{ kW}$  با تندی  $36$  کیلومتر بر ساعت در حال حرکت است. اگر این خودرو در مدت  $30$  ثانیه و پس از طی مسافت  $500$  متر تندی خود را به  $108$  کیلومتر بر ساعت برساند، متوسط نیروهای اتلافی وارد بر خودرو چند نیوتن است؟  
(۱) ۶۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۳۰۰۰ (۴) ۳۰۰۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۶	۶	۸	سوال	دهم	توان	پیش نیاز و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	سخت

توان

آهنگ انجام کار را توان گویند.

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان یک کمیت نرده‌ای است که یکای آن در SI برابر ژول بر ثانیه است که به آن وات گویند:

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

توان موتور وسایل نقلیه را بر حسب اسب بخار (hp) بیان می‌کنند:

در محاسبه توان دقت کنید که هر توانی را در سؤال از ما خواستند در فرمول انرژی یا کار همان نیرو را قرار دهیم.

مثال:

شخصی به جرم  $90$  کیلوگرم در مدت  $10$  دقیقه  $400$  پله را بالا می‌رود. اگر ارتفاع هر پله  $25$  سانتی‌متر باشد، توان متوسط مفید این شخص چند وات است؟

$$\left( g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۱۵۰۰۰ (۴)

۹۰۰۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۹۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

بر شخص دو نیروی  $mg$  و  $F$  وارد می‌شود:



$$W_{\text{شخص}} + W_{mg} = 0 \rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{mg}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -90 \times 10 \times 400 \times 0.25$$

$$W_{mg} = -90000 \rightarrow W_{\text{شخص}} = 90000$$

$$\bar{P}_{\text{شخص}} = \frac{W_{\text{شخص}}}{\Delta t} = \frac{90000}{10 \times 60} = 150 \text{ W}$$



اگر بر جسمی نیروی ثابت  $F$  وارد شود و جسم با سرعت ثابت حرکت کند برای محاسبه توان نیروی  $F$  می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد:



$$\bar{P} = FV \cos \theta$$

$\theta$  زاویه بین  $F$  و  $V$  است.

برای محاسبه توان نیروی خودرویی که با تندی ثابت در حال حرکت است می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

**مثال:**

یک خودرو به جرم  $1/2$  تن با تندی ثابت  $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  در حال حرکت است. اگر توان خودرو  $15 \text{ kW}$  باشد، نیروی موتور خودرو چند نیوتن است؟

$$\frac{500}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$600 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$P = F \times V \rightarrow 15000 = F \times 25 \rightarrow F = 600 \text{ N}$$

پایه تشریحی:

$$\bar{P} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} \rightarrow 30 \times 10^3 = \frac{W_{\text{موتور}}}{30} \rightarrow W_{\text{موتور}} = 9 \times 10^5 \text{ J}$$

$$v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_{\text{موتور}} + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow 9 \times 10^5 + (-f \times 500) = \frac{1}{2} \times 1500 (30^2 - 10^2)$$

$$\rightarrow -500f = 6 \times 10^5 - 9 \times 10^5 \rightarrow f = 600 \text{ N}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۳ - یک پمپ با توان  $400 \text{ W}$  و بازده  $60\%$  در مدت یک دقیقه  $0/018$  متر مکعب آب ساکن با چگالی  $1$  گرم بر سانتی متر مکعب را از عمق  $70$  متری

سطح زمین بالا کشیده و آن را با تندی  $10$  متر بر ثانیه در یک مخزن در ارتفاع  $h$  از سطح زمین می‌ریزد. ارتفاع  $h$  چند متر است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$$80 \quad (4)$$

$$75 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۷	۶	۸	سوال	دهم	بازده	پیش نیاز و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

راندمن (بازده)

$$Ra = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100$$

بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچک‌تر مساوی  $100\%$  درصد است.

$$R_a = 100\% \quad \text{ماشین آرمانی}$$

انرژی ورودی (کار کل)

سامانه

انرژی خروجی (کار مفید)

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف}}$$

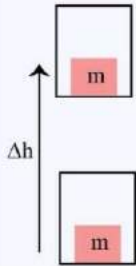
انرژی تلف شده (کار غیر مفید)

- ۱) توان کل (توان ورودی): توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد. وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است منظور توان کل دستگاه است. توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.
- ۲) توان غیرمفید (توان تلف شده داخل دستگاه): این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.
- ۳) توان مفید (خروجی): این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود. این توان را در عمل به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t}$$

#### نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود پس:



$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

در اکثر سوالات تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \text{توان مفید پمپ (بالابر)}$$



#### نحوه محاسبه توان مفید کتری برقی

انرژی گرمایی که کتری به محتویات داخلش می‌دهد همان انرژی (کار) مفید است.

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{توان مفید کتری برقی}$$

$$Ra = 100\% \quad \text{کتری آرمانی}$$

#### پاسخ مسئله

چون چگالی آب  $\frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3}$  است پس هر متر مکعب آب  $1000 \text{ kg}$  جرم دارد:

$$m = 0.018 \times 1000 \text{ kg} \rightarrow m = 18 \text{ kg}$$

$$P = \frac{60}{100} \times 400 = 240 \text{ W} \quad \text{توان مفید پمپ}$$

این پمپ به آب انرژی پتانسیل و جنبشی می‌دهد پس توان مفید پمپ بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{t}$$

از  $m$  فاکتور می‌گیریم:

$$240 = \frac{18 \left[ 10\Delta h + \frac{1}{2}(10^2 - 0) \right]}{60}$$

$$\rightarrow \Delta h = 7.5 \text{ m} \rightarrow h + 7.0 = 7.5 \rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- متحرکی به جرم  $m$  با تندی ثابت  $V_1$  در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر تندی متحرک ۲۵ درصد افزایش یابد، آن گاه جرم جسم چند درصد و چگونه تغییر کند تا انرژی جنبشی جسم ۱۵۰ درصد افزایش یابد؟

(۱) ۴۰ درصد کاهش (۲) ۶۰ درصد افزایش (۳) ۴۰ درصد افزایش (۴) ۶۰ درصد کاهش

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه اول	۶	۷	۶	سؤال	دهم	انرژی جنبشی		☒	☒	سختی	متوسط

### انرژی جنبشی

انرژی جنبشی با  $k$  نشان داده می شود و از رابطه  $k = \frac{1}{2} m V^2$  به دست می آید. انرژی جنبشی کمیتی نرده ای است و واحد آن در SI، ژول است.

اگر سوال مقایسه ای بود یا درصد یکی دادن یا خواستن، یا نسبت ها رو پرسیدن می تونید از نسبت های زیر استفاده کنید:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left( \frac{m_2}{m_1} \right) \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

تर्फند: اگر کمیتی مثل  $A_1$ ،  $x$  درصد تغییر کند، مقدار جدید آن به روش زیر محاسبه می شود:

$$x : A_2 = \left( 1 - \frac{x}{100} \right) A_1 \quad \text{درصد کاهش} \quad x : A_2 = \left( 1 + \frac{x}{100} \right) A_1 \quad \text{درصد افزایش}$$

پایه هفتم

$$V_1 \xrightarrow{\text{۲۵ درصد افزایش}} V_2 = \left( 1 + \frac{25}{100} \right) V_1 = \left( 1 + \frac{1}{4} \right) V_1 = \frac{5}{4} V_1$$

$$k_1 \xrightarrow{\text{۱۵۰ درصد افزایش}} k_2 = \left( 1 + \frac{150}{100} \right) k_1 = \frac{5}{2} k_1$$

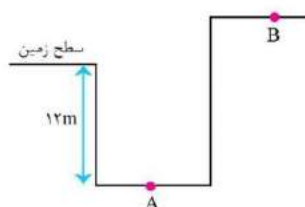
$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{5}{2} \times \frac{16}{25} = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1.6 = 1 + \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{x}{100} = 0.6 \Rightarrow x = 60\% \Rightarrow \text{باید جرم جسم را ۶۰ درصد افزایش دهیم.}$$

بیشتر از یک است پس افزایش داریم.

### گروه آموزشی ماز

۵۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  را از نقطه A واقع در کف یک چاه به نقطه B انتقال می دهیم. اگر کار نیروی وزن در این جابه جایی  $-300 \text{ J}$  باشد، انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه B نسبت به سطح زمین چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۶۰

(۲) ۶۰

(۳) ۸۰

(۴) ۸۰



مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه ۱۰	۶	۶	۷	سوال	دهم	انرژی پتانسیل گرانشی	پیش‌نیاز و ترکیب	☑	☑	سختی	متوسط

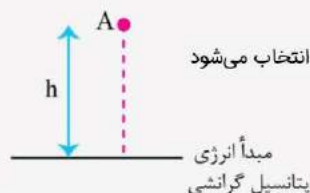
### کار نیروی وزن و انرژی پتانسیل گرانشی

کار نیروی وزن جسم برابر است با منفی (قرینه) تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

$$W_g = -\Delta U$$

برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی جسم در یک نقطه، در ابتدا باید مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی که معمولاً سطح زمین انتخاب می‌شود را مشخص کنیم و سپس فاصله عمودی نقطه موردنظر از مبدأ انرژی پتانسیل را در رابطه زیر قرار دهیم:

$$U_A = mgh$$



### پاسخ تشریحی:

گام اول: کار نیروی وزن در جابجایی از A به B برابر  $-300 \text{ J}$  است، بنابراین:

$$W_g = -\Delta U_{AB} = -mg\Delta h_{AB} \rightarrow$$

$$-300 = -2 \times 10 \times \Delta h_{AB} \rightarrow \Delta h_{AB} = \frac{300}{20} = 15 \text{ m}$$

گام دوم: برای محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی نقطه B نسبت به سطح زمین، کافی است تا ارتفاع نقطه B نسبت به سطح زمین را بدست آوریم:

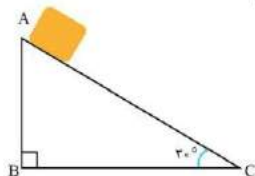
$$\Delta h_{AB} = h_1 + h_2 \rightarrow 15 = 12 + h_2 \rightarrow h_2 = 3 \text{ m}$$

$$U_B = mgh_2 = 2 \times 10 \times 3 = 60 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۶- در شکل زیر، جسمی را از نقطه A رها می‌کنیم. جسم بر روی سطح شیبدار به طول  $4/8 \text{ m}$  می‌لغزد و با تندی  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سطح افقی می‌رسد. در این

جابجایی، اندازه کار نیروی وزن چند برابر اندازه کار نیروی اصطکاک است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۸

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه ۱۰	۷	۷	۶	سوال	دهم	قضیه کار و انرژی جنبشی	پیش‌نیاز و ترکیب	مثال‌های از ریاضی	☑	سختی	متوسط

### قضیه کار و انرژی جنبشی

بر یک جسم ممکن است به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و یا اینکه مسیر حرکت جسم ناهموار باشد که در این صورت محاسبه کار برآیند نیروها در یک جابجایی مشخص دشوار است. در این حالت‌ها قضیه کار - انرژی جنبشی به کمک ما می‌آید و بیان می‌کند که برای محاسبه کار برآیند نیروها کافی است تا انرژی جنبشی در ابتدا و انتهای مسیر را بدانیم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i$$

### پاسخ تشریحی:

گام اول: طول سطح شیبدار برابر  $4/8 \text{ m}$  است بنابراین ارتفاع نقطه A از سطح زمین برابر است با:

$$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_A}{4/8} \rightarrow h_A = 2/4 \text{ m}$$

گام دوم: قضیه کار - انرژی جنبشی را برای جسم بین دو نقطه A و C می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_g + W_{F_N} + W_{F_k} = K_C - K_A \rightarrow$$

$$mgh_A + 0 + W_{F_k} = \frac{1}{2}mv_C^2 - 0 \rightarrow mgh_A + W_{F_k} = \frac{1}{2} \times m \times (6)^2 \rightarrow$$

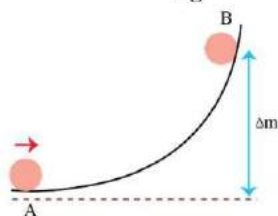
$$m \times 10 \times 2/4 + W_{F_k} = 18 \text{ m} \rightarrow W_{F_k} = 18 \text{ m} - 24 \text{ m} = -6 \text{ m}$$

گام سوم: محاسبه خواسته تست

$$\frac{W_g}{|W_{f_k}|} = \frac{mgh_A}{\epsilon m} = \frac{m \times 10 \times 2/4}{\epsilon m} = \frac{24}{\epsilon} = 4$$

### گروه آموزشی ماز

۵۷- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای با تندی  $20 \frac{m}{s}$  از نقطه A بر روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر در جابجایی گلوله از A تا B مقدار اتلاف انرژی مکانیکی بر اثر اصطکاک برابر ۲۵ درصد انرژی جنبشی جسم در نقطه A باشد، تندی گلوله در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱)  $5\sqrt{2}$   
(۲) ۱۰  
(۳)  $10\sqrt{2}$   
(۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۷	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	متوسط	متوسط

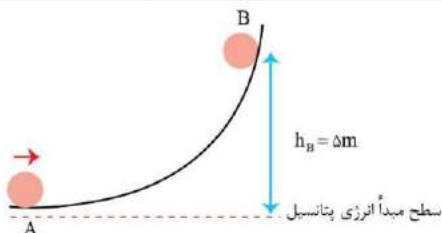
### انرژی مکانیکی

در صورت وجود نیروهای تلف‌کننده انرژی مانند نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا، روابط انرژی مکانیکی برای یک جسم در یک مسیر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta E = W_{\text{تلف‌کننده}} \rightarrow E_2 - E_1 = W_{\text{تلف‌کننده}} \rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_{\text{تلف‌کننده}}$$

چون کار این نیروها منفی است انرژی مکانیکی جسم در پایان حرکت، کمتر از شروع حرکت می‌شود و عبارتی دیگر بخشی از انرژی مکانیکی جسم تلف می‌شود.

پاسخ تشریحی:



در جابجایی گلوله از A تا B بخشی از انرژی مکانیکی جسم بر اثر نیروی اصطکاک تلف می‌شود که اندازه این اتلاف انرژی برابر با ۲۵ درصد انرژی جنبشی جسم در نقطه A است، بنابراین:

$$E_B - E_A = W_{f_k} \rightarrow (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = -\frac{25}{100} K_A \rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + 0\right) = -\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2}mv_A^2\right) \rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}v_B^2 + 10 \times 5\right) - \left(\frac{1}{2} \times (20)^2\right) = -\frac{1}{4} \times (20)^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 + 50 - 200 = -50 \rightarrow \frac{1}{2}v_B^2 = 100 \rightarrow v_B^2 = 100 \times 2 \rightarrow v_B = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

- ۵۸- معادله مکان - زمان یک متحرک به جرم  $7\text{kg}$  که روی خط راست در حرکت است در SI به شکل  $x = 2t^2 + bt + 10$  می باشد. کار برآیند نیروهای وارد بر این متحرک بعد از  $2/5$  متر جابجایی چند ژول است؟ (سرعت اولیه مثبت است).
- (۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۳۵ (۴) باید سرعت اولیه مشخص شود.

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۶	۶	۷	سؤال	دهم	کار برآیند	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

کار برآیند

به طور کلی کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم از سه روش قابل محاسبه است:  
(۱) جمع جبری کار حاصل از تک تک نیروهای وارد بر جسم:

$$W_{\text{ج}} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$$

(۲) تعیین نیروی برآیند و مقدار کار آن:

$$W_{\text{ج}} = F_T \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W_T = \Delta K \quad (3)$$

به مثال زیر دقت کنید:

پاسخ تشریحی:

به کمک رابطه معادله مکان - زمان حرکت شتاب ثابت و مقایسه آن با معادله داده شده در متن سؤال، شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 2t^2 + bt + 10 \rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در ادامه نیروی برآیند را به کمک قانون دوم نیوتن محاسبه می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma = 7 \times 4 = 28 \text{ (N)}$$

در آخر، به کمک رابطه  $W_T = F_{\text{net}} d \cos \theta$ ، کار کل را محاسبه می کنیم:

$$W_T = F_{\text{net}} d \cos \theta = 28 \times 2/5 \times \cos 0 = 70 \text{ J}$$

دقت کنید که زاویه نیروی برآیند با جهت حرکت، صفر می باشد. زیرا سرعت اولیه و شتاب مثبت اند و جسم در جهت برآیند نیروها حرکت می کند.

گروه آموزشی ماز

- ۵۹- معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت  $x = -4t^2 + 32t + 10$  می باشد. در کدام بازه زمانی کار برآیند نیروها منفی است؟

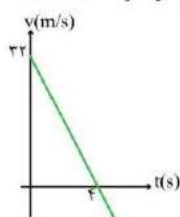
(۱) ثانیه ششم (۲) دو ثانیه پنجم (۳) ثانیه دوم (۴) ثانیه هشتم

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۶	۷	۷	سؤال	دهم	قضیه کار و انرژی جنبشی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	فصل اول دوازدهم	سختی	متوسط



برای تعیین علامت کار کل، نیاز به تعیین رفتار سرعت داریم. به همین منظور با مقایسه معادله داده شده با شکل اصلی معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت معادله سرعت را به دست می آوریم:

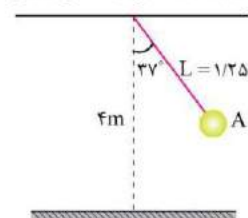


$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x &= -4t^2 + 32t + 10 \end{aligned} \right\} a = -8 \frac{m}{s^2}, v_0 = 32 \frac{m}{s} \rightarrow v = -8t + 32$$

پس نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم که به صورت خطی با شیب ۸- و مقدار عرض از مبدأ ۳۲ می باشد؛ بنابراین در تمام بازه های قبل از لحظه  $t = 4s$ ، کار کل منفی و در تمام بازه های بعد از  $t = 4s$  کار کل مثبت است. پس نتیجه می گیریم که تنها گزینه صحیح ۳ می باشد.

### گروه آموزشی ماز

۶۰- یک آونگ ساده به جرم  $1/2 \text{ kg}$  از نقطه A رها می شود و مسیر حرکت خود را بدون هیچ گونه مقاومتی طی می کند. در چه ارتفاعی از سطح زمین



سرعت گلوله به  $40 \frac{cm}{s}$  می رسد؟  $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{N}{kg})$

- ۱)  $2/992$
- ۲)  $0.008$
- ۳)  $2/2$
- ۴)  $1/6$

### پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۶	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	مثلثات از کتاب ریاضی	<input checked="" type="checkbox"/>	نسبیتی	متوسط

### انرژی مکانیکی

مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل هر جسم را انرژی مکانیکی جسم می گویند. برای بررسی انرژی مکانیکی، دو حالت زیر وجود دارد:  
الف- اصطکاک یا نیروی مقاومتی نداشته باشیم: در این حالت، انرژی مکانیکی جسم ثابت می ماند و در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی خواهد بود. به عبارتی:  
 $E_f = E_1 \rightarrow \Delta K = -\Delta U$   
ب- اصطکاک یا نیروی مقاومتی داشته باشیم: در این حالت، انرژی مکانیکی جسم ثابت نمی ماند و در هر قسمت از مسیر به اندازه کار نیروی مقاومتی کاهش می یابد. به عبارتی:

$$E_f - E_1 = W_{f \text{ مقاومتی}} \rightarrow \Delta K + \Delta U = W_{f \text{ مقاومتی}}$$

### نکته:

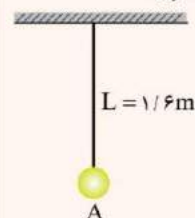
در سؤالات آونگ یا حرکت جسم در داخل کاسه، ارتفاع جسم نسبت به پایین ترین نقطه مسیر سنجیده شده و از رابطه زیر محاسبه می شود:  
 $h = L(1 - \cos \alpha)$   
دقت کنید که  $\alpha$  زاویه آونگ با خط عمود است.

### به مثال زیر دقت کنید:

در شکل زیر، اگر جسم از نقطه A با سرعت  $4 \frac{m}{s}$  پرتاب شود، نهایتاً تا چه زاویه ای بالا می آید؟  $(g = 10 \frac{N}{kg}$  و از مقاومت هوا صرف نظر شود)

- ۱)  $30$
- ۲)  $60$
- ۳)  $37$
- ۴)  $53$

پاسخ: گزینه ۲



طبق اطلاعات سؤال، از مقاومت هوا صرف نظر می کنیم. بنابراین انرژی مکانیکی ثابت است. به عبارتی می توان گفت انرژی مکانیکی نقطه A و B با هم برابر است (نقطه B همان نقطه ای است که جسم حداکثر تا آن نقطه بالا می آید) در حل سؤالات آنگ همواره پایین ترین نقطه مسیر حرکت جسم را مبدأ در نظر می گیریم. پس جسم در نقطه A در ارتفاع صفر قرار دارد و در نقطه B نیز سرعت صفر است. به عبارتی چون حداکثر میزان بالا آمدن جسم می باشد، پس سرعت جسم در آن نقطه صفر است.

$$E_A = E_B \rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

$$\frac{1}{2}v_A^2 = gL(1 - \cos \alpha) \rightarrow \frac{1}{2} \times 4^2 = 10 \times 1/6 \times (1 - \cos \alpha)$$

$$\rightarrow 1 - \cos \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

پاسخ: ۶۰ درجه

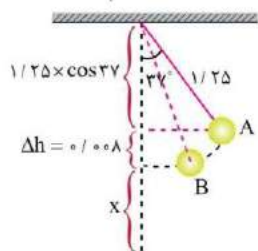
جسم از نقطه A رها شده است. بنابراین سرعت در نقطه A برابر صفر است. نقطه مورد نظر را B در نظر می گیریم. برای راحتی کار نقطه B را مبدأ پتانسیل در نظر می گیریم و فرض می کنیم جسم از نقطه A تا B به اندازه  $\Delta h$  تغییر ارتفاع داشته است. در این صورت، اطلاعات دو نقطه A و B به صورت زیر است:

$$A \begin{cases} v_A = 0 \\ h_A = \Delta h \end{cases} \quad B \begin{cases} v_B = 0/4 \frac{m}{s} \\ h_B = 0 \end{cases}$$

از رابطه  $E_A = E_B$  برای محاسبه مجهولات استفاده می کنیم. زیرا از نیروهای مقاوم صرف نظر شده است.

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow mg\Delta h = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

$$\rightarrow 10 \times \Delta h = \frac{1}{2} \times 0/4^2 \rightarrow \Delta h = 0/008 m$$



با توجه به شکل زیر، فاصله نقطه B از سطح زمین به صورت زیر محاسبه می شود.

$$x = 4 - 1/25 \times \cos 37 - 0/008 = 4 - 1 - 0/008 = 2/992$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- شخصی به جرم  $80 \text{ kg}$  درون یک آسانسور که با شتاب رو به پایین به بزرگی  $2 \frac{m}{s}$  به طرف بالا در حال توقف است. ایستاده است. کار نیرویی که کف

آسانسور به شخص وارد می کند، در طی جابه جایی  $5 \text{ m}$  چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۴)  $-6400$

۳)  $6400$

۲)  $-3200$

۱)  $3200$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۷	۶	۷	سؤال	دهم	کار	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط



برای محاسبه کار یک نیرو، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

در رابطه بالا F اندازه نیرو، d مقدار جابجایی و  $\alpha$  زاویه بین نیرو و جابجایی می باشد.  
در آسانسور یا بالابر، می توان نیرو را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$F_N = m(g \pm a)$$

اگر جسم بالا برود، از علامت (+) و اگر پایین بیاید از علامت (-) استفاده می کنیم. همچنین در صورتی که نوع حرکت تندشونده باشد، علامت a مثبت و اگر کندشونده باشد منفی می باشد. به مثال زیر دقت کنید:





مثال

شخصی به جرم  $80 \text{ kg}$  درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور با سرعت ثابت  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت بالا حرکت می‌کند. کار نیروی عمودی سطح روی شخص در مدت

$5 \text{ s}$  چند ژول می‌شود؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) ۲۰ (۲) ۲۰۰۰۰ (۳) ۲۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۲

برای محاسبه کار نیروی عمودی سطح، نیاز است اندازه آن را داشته باشیم. با توجه به ثابت بودن سرعت، شتاب حرکت صفر است. بنابراین:

$$F_N = m(g \pm a) = 80(10 + 0) = 800 \text{ (N)}$$

مقدار جابه‌جایی آسانسور نیز به کمک رابطه سرعت ثابت محاسبه می‌شود:

$$d = v \times \Delta t = 5 \times 5 = 25 \text{ m}$$

نیروی عمودی سطح و جابجایی هر دو به سمت بالا می‌باشند، بنابراین  $\alpha = 0$  می‌باشد:

$$W = F_N d \cos \alpha = 800 \times 25 \times 1 = 20000 \text{ J}$$



پاسخ تشریحی

برای محاسبه کار ابتدا را به کمک رابطه ارائه شده در درسنامه محاسبه می‌کنیم. آسانسور در حال ایستادن است. بنابراین حرکت کندشونده و شتاب منفی است. از طرفی جسم بالا می‌رود. بنابراین علامت پشت شتاب مثبت می‌شود. پس در کل  $g' = g - a$  می‌شود.

$$F_N = m(g \pm a) = 80(10 + (-2)) = 640 \text{ (N)}$$

زاویه بین نیرو و جابجایی صفر است زیرا جسم به سمت بالا حرکت می‌کند:

$$W = F_N d \cos \alpha = 640 \times 25 \times 1 = 16000 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۲- گلوله‌ای به جرم  $400 \text{ g}$  گرم را از سطح زمین با تندی اولیه  $80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف بالا در راستای قائم پرتاب می‌کنیم و گلوله با تندی  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به نقطه پرتاب

بازمی‌گردد. بزرگی شتاب حرکت گلوله هنگام پایین آمدن چند متر بر مجذور ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$  و نیروی مقاومت هوا را ثابت در نظر بگیرید.

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سخت
درجه از ۱۰	۷	۸	۸	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی				سختی	سخت



انرژی مکانیکی

هرگاه جسم در مسیری حرکت کند که در آن نیروی مقاومت وجود داشته باشد، انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد و به گرما و انرژی درونی جسم و محیط تبدیل می‌شود. در این‌گونه سؤالات، رابطه زیر برقرار است:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{ف}} \text{ تلفات}$$

در صورتی که نیروی مقاومت در مقابل حرکت ثابت باشد، حرکت جسم شتاب ثابت خواهد بود و تمام روابط مربوط به حرکت شتاب ثابت برای حرکت صدق می‌کند.

### کنکورهای خارج از کشور سراسری ریاضی ۹۹

گلوله‌ای به جرم  $40 \text{ g}$  با سرعت افقی که بزرگی آن  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است، به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت  $20 \text{ cm}$  داخل دیوار، متوقف می‌شود. کار

نیروی که دیوار به گلوله وارد می‌کند، چند ژول است؟

(۱) -۱۸ (۲) -۱۸۰۰ (۳) -۶ (۴) -۶۰۰

پاسخ:

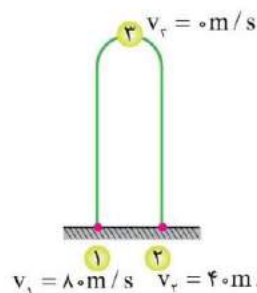
برای حل این سؤال از رابطه  $E_2 - E_1 = W_{\text{ف}} \text{ تلفات}$  استفاده می‌کنیم. در نقطه ابتدایی، سرعت  $v_1 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  و در نقطه انتهایی  $v_2 = 0$  می‌شود. از طرفی می‌توان

سطح برخورد را مبدأ در نظر گرفت. بنابراین  $h_1 = h_2 = 0$  می‌شود زیرا حرکت جسم افقی بوده است.

$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_{\text{ف}} \text{ تلفات} \rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\text{ف}} \text{ تلفات}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{40}{1000} \times 0^2 - \frac{1}{2} \times \frac{40}{1000} \times 30^2 = W_{\text{ف}} \text{ تلفات} \rightarrow W_{\text{ف}} \text{ تلفات} = -18 \text{ J}$$





در ابتدا شکلی ساده از مسیر حرکت جسم را رسم می‌کنیم.  
برای محاسبه کار نیروی مقاومت هوا، از رابطه  $E_2 - E_1 = W_{f_{\text{هو}}}$  استفاده می‌کنیم و در مرحله اول، بین دو نقطه ۱ و ۲ از این رابطه استفاده می‌کنیم تا کار مقاومت کل مسیر محاسبه شود:

$$E_2 - E_1 = W_f \rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_{f_{\text{هو}}}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 4^2 - \frac{1}{2} \times m \times 8^2 = W_{f_{\text{هو}}} \rightarrow W_{f_{\text{هو}}} = -2400 \text{ m}$$

در ادامه، این رابطه را بین نقطه ۱ و ۳ می‌نویسیم تا ارتفاع بیشینه محاسبه شود. دقت کنید که کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت نصف کل مسیر است:

$$E_3 - E_1 = W_{f_{\text{هو}}} \rightarrow (K_3 + U_3) - (K_1 + U_1) = W_{f_{\text{هو}}}$$

$$mgh_3 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{f_{\text{هو}}} \rightarrow m \times 10 \times h_3 - \frac{1}{2} \times m \times 8^2 = -1200 \text{ m}$$

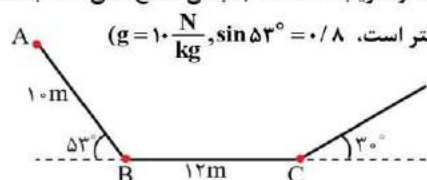
$$\rightarrow h_3 = 200 \text{ m}$$

در آخر به کمک رابطه  $v_3^2 - v_1^2 = 2a\Delta y$  شتاب را محاسبه می‌کنیم.

$$4^2 - 8^2 = 2 \times a \times 200 \rightarrow a = \frac{1600}{400} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۲- مطابق شکل جسمی به جرم  $4 \text{ kg}$  را از نقطه رها می‌کنیم. اگر دو سطح شیبدار فاقد اصطکاک و ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی  $0.4$  باشد،



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \sin 53^\circ = 0.8)$$

موقوف می‌شود؟ (طول سطح شیبدار سمت راست بیشتر از ۱۰ متر است،  $\sin 30^\circ = 0.5$ )

۱) ۸

۲)

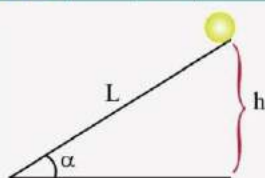
۳)

۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان سختی
درجه ۱۰	۷	۹	۸	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

درسنامه:



$$h = L \sin \alpha$$

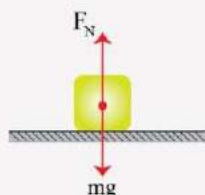
در سطوح شیبدار، ارتفاع هر نقطه به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود:

همچنین در سؤالات مربوط به سطح شیبدار، معمولاً نقطه شروع سطح شیبدار را مبدأ ارتفاع ( $h = 0$ ) در نظر می‌گیریم.

نکته: هرگاه جسمی روی سطحی که دارای اصطکاک می‌باشد حرکت کند، کار نیروی اصطکاک از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$W_{f_k} = -f_k \cdot d = -\mu_k \cdot F_N \cdot d$$

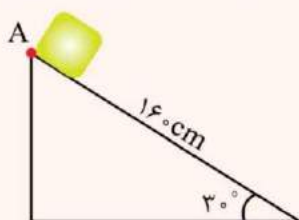
اگر جسمی در راستای افقی باشد و در راستای قائم نیرویی به جز وزن و عمودی سطح به جسم وارد نشود، می‌توان به جای  $mg$  نیز استفاده کرد.



$$F_N = mg \rightarrow W_{f_k} = -\mu_k \cdot mg \cdot d$$

در شکل زیر، جسمی به جرم ۵۰۰ گرم را از نقطه A رها می‌کنیم. جسم می‌لغزد و با تندی  $3 \frac{m}{s}$  به سطح افقی می‌رسد. به ترتیب از راست به چپ کار نیروی

وزن و کار نیروی اصطکاک، در این جابه‌جایی، چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



(۱) ۴ و -۱/۷۵

(۲) ۴ و -۲/۲۵

(۳) ۸ و -۵/۷۵

(۴) ۸ و -۶/۲۵

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل را محاسبه می‌کنیم:

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times \frac{500}{1000} \times (3^2 - 0) = \frac{9}{4} J = 2.25 J$$

در ادامه، کار نیروی وزن را به کمک رابطه  $W_{\text{وزن}} = -mg\Delta h$  محاسبه می‌کنیم. برای این کار ابتدا نیاز است تغییر ارتفاع را حساب کنیم:

$$|\Delta h| = L \times \sin \alpha = 16 \times \sin 30^\circ = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

جسم روی سطح شیبدار پایین آمده است. بنابراین علامت  $\Delta h$  را منفی در نظر می‌گیریم:

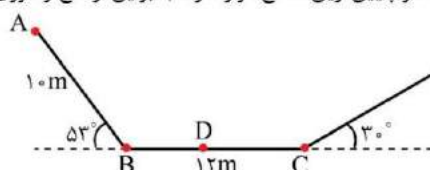
$$W_{mg} = -mg\Delta h = -0.5 \times 10 \times (-0.08) = +0.4 J$$

در آخر، کار کل را برابر با جمع تک تک کارها قرار می‌دهیم تا کار نیروی اصطکاک به دست بیاید:

$$W_T = W_{mg} + W_{f_k} \rightarrow 2.25 = 0.4 + W_{f_k} \rightarrow W_{f_k} = 2.25 - 0.4 = -1.75 J$$

### پاسخ تشریحی

جسم از نقطه A رها می‌شود و پس از طی مسیری در نقطه D متوقف می‌شود. بنابراین سرعت در نقاط A و D صفر است. به همین علت، انرژی جنبشی نقاط A و D نیز صفر می‌باشد. از طرفی، نقطه D در پایین‌ترین سطح قرار دارد. بنابراین ارتفاع و انرژی پتانسیل گرانشی D نیز صفر است.



$$E_D - E_A = W_{f_k} \rightarrow (K_D + U_D) - (K_A + U_A) = W_{f_k}$$

ارتفاع نقطه A به کمک رابطه  $h = L \sin \alpha$  محاسبه می‌شود:

$$h_A = L \sin \alpha = 10 \times \sin 53^\circ = 10 \times 0.8 = 8 \text{ m}$$

کار نیروی اصطکاک نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$W_{f_k} = -f_k \cdot d = -\mu_k \cdot mg \cdot d$$

این روابط را در عبارت اولیه جایگذاری می‌کنیم تا طول مسیری که جسم در بازه BC طی کرده محاسبه شود:

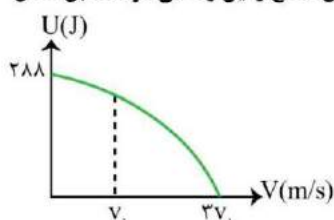
$$-U_A = W_{f_k} \rightarrow -mgh_A = -\mu_k mgd \rightarrow d = \frac{h_A}{\mu_k} = \frac{8}{0.4} = 20 \text{ m}$$

بنابراین جسم ابتدا ۱۲ متر طی کرده و وارد سطح شیبدار دوم می‌شود. سپس در بازگشت، ۸ متر حرکت می‌کند و به فاصله ۴ متری از نقطه B می‌رسد و می‌ایستد.

### گروه آموزشی ماز

۶۴- نمودار تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی بر حسب سرعت برای گلوله‌ای به جرم ۱۶ kg که در شرایط خلاء از بالای سطح زمین رها می‌شود مطابق شکل

است. مقدار  $v_1$  چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و مبنای پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کنید)



(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۶

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۶	سوال	دهم	انرژی پتانسیل گرانشی	و ترکیب	☑	☑	متوسط	متوسط

### انرژی پتانسیل گرانشی

هرگاه جسمی از ارتفاعی رها شود، به مرور با پایین آمدن، انرژی پتانسیل گرانشی کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد تا جایی که در سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی صفر و انرژی جنبشی بیشینه می‌شود. بنابراین در بالاترین نقطه، انرژی پتانسیل گرانشی بیشینه و در پایین‌ترین نقطه، انرژی جنبشی بیشینه است. نکته: اگر مقاومت در مقابل حرکت نداشته باشیم:

$$K_{\max} = U_{\max}$$

### اگر مقاومت داشته باشیم:

$$K_{\max} - U_{\max} = W_f$$

نکته: اگر جسم از ارتفاع  $h$ ، بدون در نظر گرفتن نیروهای مقاومتی رها شود، سرعت آن در هنگام برخورد به زمین از رابطه  $v = \sqrt{2gh}$  محاسبه می‌شود. برای درک بهتر به مثال زیر دقت کنید:

### تجربی ۱۴۰: افراج

جسمی به جرم  $m$  روی سطح بدون اصطکاک مطابق شکل زیر، از نقطه  $A$  رها می‌شود. تندی جسم در نقطه  $C$ ، چند برابر تندی آن در نقطه  $B$  است؟

۱) ۲  
۲)  $\sqrt{17}$   
۳)  $\sqrt{2}$   
۴)  $\frac{17}{9}$

پاسخ: گزینه ۳

برای حل این مسئله، با توجه به بدون اصطکاک بودن سطح، می‌توان از رابطه  $v = \sqrt{2gh}$  استفاده کرد. دقت کنید که  $h$  میزان پایین آمدن از نقطه رها شدن می‌باشد که برای دو نقطه به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$h_C = 5 - 1/8 = 3/2$$

$$h_B = 5 - 3/4 = 1/6$$

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{h_C}{h_B}} = \sqrt{\frac{3/2}{1/6}} = \sqrt{9} = 3$$

### پاسخ تشریحی:

بیشینه انرژی پتانسیل گرانشی برابر ۲۸۸ ژول می‌باشد. از آنجایی که از مقاومت خبری نیست، نتیجه می‌گیریم که تمام انرژی پتانسیل گرانشی بالا به انرژی جنبشی در سطح زمین تبدیل می‌شود. دقت کنید که جسم در بالای مسیر، رها شده و سرعتش صفر و در پایین مسیر ارتفاعش صفر است. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}mv_m^2$$

$$\rightarrow 288 = \frac{1}{2} \times 16 \times (3v_1)^2 \rightarrow 3v_1 = 6 \rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۵- بالابر یک آسانسور که موتور آن نیروی ثابت  $4000N$  تولید می‌کند، اتاقک آسانسور را از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی‌آورد و در نقطه‌ای

از مسیر سرعت آن را به  $4 \frac{m}{s}$  می‌رساند. توان متوسط موتور از لحظه شروع حرکت تا این نقطه چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۲ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش نیاز و ترکیب	پیش نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۶	۷	۷	سوال	دهم	توان	و ترکیب	☑	☑	متوسط	متوسط





توان:

نسبت کار انجام شده در واحد زمان است و واحد آن وات است.

$$P = \frac{W}{t}$$



نکته

می‌توان توان متوسط نیرویی که هم‌جهت با جابه‌جایی است را از رابطه زیر نیز محاسبه کرد:

$$P_{av} = F \times v_{av}$$

اگر سرعت ثابت باشد،  $v_{av}$  همان سرعت لحظه‌ای حرکت و اگر شتاب ثابت باشد، برابر  $\frac{v_1 + v_2}{2}$  می‌شود.



پایان تشریحی:

حرکت شتاب ثابت می‌باشد، بنابراین سرعت متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

در آخر توان از رابطه  $P = F \times v_{av}$  قابل محاسبه است.

$$P_{av} = F \times v_{av} = 4000 \times 2 = 8000 \text{ W} = 8 \text{ kW}$$

### گروه آموزشی ماز

۶۶- در جدول زیر اطلاعات مربوط به سه خودرو آورده شده است. کدام عبارت در مورد این سه خودرو صحیح است؟

خودرو	جرم (kg)	تندی ( $\frac{m}{s}$ )	انرژی جنبشی (J)
A	۱۰۰۰	$v_A$	$5 \times 10^4$
B	$m_B$	۲۰	$1/6 \times 10^5$
C	۲۰۰۰	۸	$K_C$

(الف) تندی حرکت خودرو A کمتر از سایر خودروهاست.

(ب) انرژی جنبشی خودرو C بزرگ‌تر از انرژی جنبشی خودرو A است.

(ج) مجموع جرم خودروهای A و B برابر جرم خودرو C است.

(۱) فقط (الف)

(۲) (الف) و (ب)

(۳) فقط (ب)

(۴) (الف)، (ب) و (ج)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۱	۶	۷	سؤال	دهم	انرژی جنبشی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	ساده

### مثال

تندی حرکت جسم A،  $\frac{m}{s}$  بیشتر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A، ۲۱ درصد بیشتر از B باشد، تندی حرکت B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر  $v + \frac{m}{s}$  است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left( \frac{v_A}{v_B} \right)^2 \rightarrow \frac{121}{100} = 1 \times \left( \frac{v + \frac{m}{s}}{v} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{11}{10} = \frac{v + \frac{m}{s}}{v} \rightarrow v = \frac{m}{s}$$

### مثال

دو خودروی مشابه، اولی دارای چهار سرنشین و دومی دارای یک سرنشین هستند. خودروی اول با تندی  $22 \frac{m}{s}$  و خودروی دوم با تندی  $20 \frac{m}{s}$  در حرکت هستند. اگر انرژی جنبشی خودروی اول، ۵۴ درصد بیشتر از خودروی دوم باشد، جرم هر خودرو بدون سرنشین چند کیلوگرم است؟ (جرم هر سرنشین را  $80 \text{ kg}$  در نظر بگیرید.)  
پاسخ: فرض می‌کنیم جرم خودرو برابر M باشد. در این صورت نسبت انرژی جنبشی دو خودرو برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{154}{100} = \frac{M + 4 \times 80}{M + 80} \times \left( \frac{22}{20} \right)^2$$

$$\rightarrow \frac{154}{100} = \frac{M + 4 \times 80}{M + 80} \times \frac{121}{100}$$

$$\rightarrow 14(M + 80) = 11(M + 4 \times 80)$$

$$\rightarrow 14M + 14 \times 80 = 11M + 44 \times 80$$

$$\rightarrow 3M = 20 \times 80 \rightarrow M = 800 \text{ kg}$$

### پایان بخش اول

اطلاعات مربوط به خودروها را تکمیل می‌کنیم.

خودرو A:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 5 \times 10^4 = \frac{1}{2} \times 1000 \times v_A^2 \rightarrow v_A^2 = 100 \rightarrow v_A = 10 \frac{m}{s}$$

خودرو B:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 1/6 \times 10^5 = \frac{1}{2} \times m_B \times 20^2 \rightarrow m_B = 800 \text{ kg}$$

خودرو C:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K_C = \frac{1}{2} \times 2000 \times 8^2 \rightarrow K_C = 64000 \text{ J} = 6/4 \times 10^4 \text{ J}$$

بنابراین جدول تکمیل‌شده به صورت زیر است:

خودرو	جرم (kg)	تندی ( $\frac{m}{s}$ )	انرژی جنبشی (J)
A	۱۰۰۰	۱۰	$5 \times 10^4$
B	۸۰۰	۲۰	$1/6 \times 10^5$
C	۲۰۰۰	۸	$6/4 \times 10^4$

مطابق جدول فوق، فقط عبارت (ب) صحیح است.

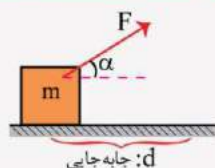
۶۷- شخصی به جرم  $80\text{ kg}$  درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور با تندی ثابت  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت پایین در حرکت است. در مدت  $5\text{ s}$ ، کار نیروی وزن شخص

و کار نیروی عمودی سطح وارد بر شخص به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟  $(g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱)  $-8000, 8000$  (۲)  $+8000, -8000$   
(۳)  $-4000, 4000$  (۴)  $+4000, -4000$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۳	۵	۷	سوال	دهم	کار	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده



(۱) هنگامی که مطابق شکل مقابل، نیروی  $F$  به یک جسم وارد شود و آن را به اندازه  $d$  جابه‌جا کند، کار نیروی  $F$  برابر است با:

$$W = F \cdot d \cos \alpha$$

در رابطه فوق،  $F$  نیروی وارد بر جسم،  $d$  جابه‌جایی آن و  $\alpha$  زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است.

(۲) مطابق رابطه  $W = F \cdot d \cos \alpha$ ، هر ژول معادل (متر×نیوتن) است.

(۳) با توجه به زاویه  $\alpha$ ، کار انجام شده می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

$$0 \leq \alpha < 90^\circ \rightarrow \cos \alpha > 0 \rightarrow W > 0$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow W = 0$$

$$90^\circ < \alpha \leq 180^\circ \rightarrow \cos \alpha < 0 \rightarrow W < 0$$

(۴) اگر بردار نیروی وارد بر جسم به صورت  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$  باشد، در صورتی که جسم در راستای محور  $x$  جابه‌جا شود، نیروی  $F_y$  بر جابه‌جایی عمود است و کار آن صفر خواهد بود و در نتیجه فقط نیروی  $F_x$  در محاسبه نیرو اهمیت خواهد داشت:

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور } x \end{cases} \rightarrow W = F_x d$$

به همین ترتیب اگر جسم در راستای محور  $y$  جابه‌جا شود،  $F_x$  کاری انجام نمی‌دهد و فقط  $F_y$  اهمیت خواهد داشت.

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ d: \text{جابه‌جایی در جهت محور } y \end{cases} \rightarrow W = F_y d$$

مثال

نیروی  $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  برحسب واحدهای SI به جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  وارد می‌شود. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

(الف) اگر جسم  $10$  متر در جهت محور  $x$  جابه‌جا شود، کار نیروی  $F$  چند ژول است؟

$$W = F_x d = 2 \times 10 = 20\text{ J}$$

(ب) اگر جسم  $10$  متر در جهت محور  $y$  جابه‌جا شود، کار نیروی  $F$  چند ژول است؟

$$W = F_y d = 3 \times 10 = 30\text{ J}$$

(ج) اگر جسم  $10$  متر در جهت نیروی  $F$  جابه‌جا شود، کار نیروی  $F$  چند ژول است؟ در این حالت زاویه نیرو و جابه‌جایی صفر است و باید اندازه نیرو را به دست آوریم.

$$F = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}\text{ N} \rightarrow W = Fd \cos 0 = \sqrt{13} \times 10 = 10\sqrt{13}\text{ J}$$

مثال

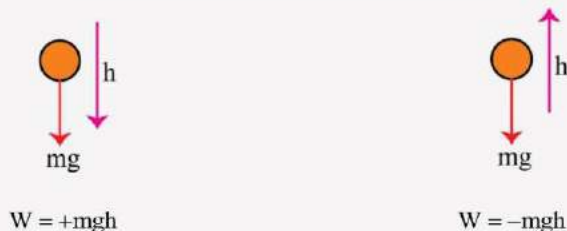
جسمی تحت تأثیر دو نیروی  $\vec{F}_1 = 6\vec{i} - 8\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = 5\vec{i} + 12\vec{j}$  به اندازه  $6$  متر در خلاف جهت محور  $x$  حرکت می‌کند. کار کل انجام شده روی جسم چند ژول است؟ (بردارها برحسب واحدهای SI هستند.)

مطابق نکات فوق، چون جسم در راستای بردار  $\vec{i}$  حرکت کرده است، مؤلفه‌های  $\vec{j}$  نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  کاری انجام نمی‌دهند و فقط مؤلفه  $\vec{i}$  آن‌ها اهمیت دارد. همچنین دقت کنید که جابه‌جایی در خلاف جهت  $\vec{i}$  است، بنابراین کار هر دو نیرو منفی خواهد بود.

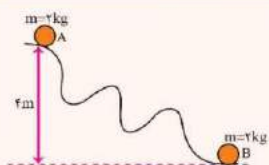
$$\begin{cases} W_1 = -F_{x1} d = -6 \times 6 = -36\text{ J} \\ W_2 = -F_{x2} d = -5 \times 6 = -30\text{ J} \end{cases} \rightarrow W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 = -66\text{ J}$$



۵) در این قسمت به اختصار کار نیروهای مثل وزن، اصطکاک و مقاومت هوا را بررسی می‌کنیم. (الف) نیروی وزن: برای محاسبه کار نیروی وزن، کافی است که فقط جابه‌جایی جسم در راستای قائم را در نظر بگیریم. اگر جسم به اندازه  $h$  پایین بیاید، کار نیروی وزن برابر  $W_{mg} = mgh$  است و اگر به اندازه  $h$  بالا برود، کار نیروی وزن برابر  $W_{mg} = -mgh$  خواهد بود.



**تذکر:** کار نیروی وزن به مسیر جابه‌جایی جسم وابسته نیست و فقط به این که جسم چقدر بالا یا پایین رفته است ربط دارد.



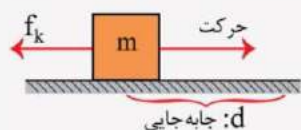
**مثال** کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم از A تا B چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

جسم به اندازه ۴ متر پایین آمده است، بنابراین داریم:

$$W = +mgh = +2 \times 10 \times 4 = 80 \text{ J}$$

(ب) کار نیروی اصطکاک جنبشی:

با توجه به این که نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت جسم است،  $\cos \alpha = -1$  خواهد بود و در نتیجه کار آن منفی می‌باشد.



$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \rightarrow W_{f_k} = -f_k d$$

در صورتی که نیاز به محاسبه نیروی اصطکاک باشد، می‌توانیم از رابطه  $f_k = \mu_k F_N$  که در کتاب دوازدهم آمده است استفاده کنیم. (ج) نیروی مقاومت هوا:

نیروی مقاومت هوا هم مانند اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت جسم است، بنابراین کار آن منفی خواهد بود. اگر این نیرو را با  $f_D$  نشان دهیم، داریم:

$$W_{f_D} = -f_D d$$

**پاسخ تشریحی**



آسانسور در مدت ۵s با تندی  $2 \frac{m}{s}$  به اندازه  $h = 10 \text{ m}$  پایین می‌رود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{mg} = +mgh = +80 \times 10 \times 10 = +8000 \text{ J}$$

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 800 \times 10 \times \cos 180^\circ = -8000 \text{ J}$$

**نکته**

تنها نیروی‌های عمودی که وجود دارند، نیروی عمودی سطح و نیروی وزن هستند. این نیروها از آنجا که در خلاف جهت یک دیگر بوده، پس با هم برابرند.

**اگر...**

اگر آسانسور با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  از حال سکون به سمت پایین شروع به حرکت می‌کرد، در مدت ۵ ثانیه، کار نیروی وزن چند ژول می‌شد؟ در این صورت جابه‌جایی آسانسور برابر بود با:

$$h = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 25 \text{ m}$$

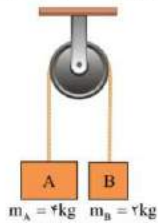
پس کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = +mgh = +80 \times 10 \times 25 = +20000 \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- در شکل مقابل وزنه‌ها با ریسمانی با طول ثابت به هم وصل شده‌اند. وزنه‌ها را رها می‌کنیم تا شروع به حرکت کنند. در مدتی که وزنه A به اندازه

۲۰cm پایین می‌آید، مجموع تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی دو وزنه چند ژول می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱) -۸  
(۲) -۴  
(۳) +۴  
(۴) +۸

پاسخ: گزینه ۲

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۳	۶	۶	سؤال	دهم	تغییر انرژی پتانسیل گرانشی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

پاسخ تشریحی:

وزنه A به اندازه  $\Delta h = 20 \text{ cm}$  پایین رفته است، پس تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی آن برابر است با:

$$\Delta U_A = -m_A g \Delta h = -4 \times 10 \times 0.2 = -8 \text{ J}$$

هنگامی که وزنه A، ۲۰cm پایین برود، وزنه B به اندازه ۲۰cm بالا می‌رود، پس می‌توان نوشت:

$$\Delta U_B = +m_B g \Delta h = +2 \times 10 \times 0.2 = +4 \text{ J}$$

$$\rightarrow \Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_A + \Delta U_B = -8 + 4 = -4 \text{ J}$$

اگر...

اگر تغییرات مجموع انرژی جنبشی دو جسم را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

با فرض نبود مقاومت هوا و اصطکاک، با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، مقدار کاهش انرژی پتانسیل و افزایش انرژی جنبشی با هم برابرند و داریم:

$$\Delta U_{\text{کل}} + \Delta K_{\text{کل}} = 0$$

$$\rightarrow -4 + \Delta K_{\text{کل}} = 0$$

$$\rightarrow \Delta K_{\text{کل}} = +4 \text{ J}$$

بنابراین مجموع انرژی جنبشی دو جسم ۴J زیاد می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۶۹- مطابق شکل، شخصی سه توپ مشابه (۱)، (۲) و (۳) را به ترتیب با تندی‌های ۷، ۲۷ و ۴۷ از بالای ساختمانی در جهت‌های نشان داده شده پرتاب می‌کند. اگر توپ‌های (۱) و (۲) به ترتیب با تندی‌های  $10\sqrt{5} \frac{m}{s}$  و  $20\sqrt{3} \frac{m}{s}$  به زمین برسند، تندی توپ (۳) هنگام برخورد به زمین چند متر بر



ثابته است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱)  $20\sqrt{5}$   
(۲)  $20\sqrt{3}$   
(۳) ۴۰

(۴) ارتفاع ساختمان باید معلوم باشد.

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان
درجه از ۱۰	۴	۸	۹	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	سخت

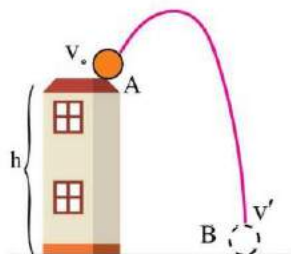
انرژی مکانیکی

(۱) در سؤالاتی که نیروهای غیرپایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم.  
 $E_1 = E_2 \rightarrow E_1 = E_2$  ثابت است

$$\rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

(۲) در رابطه فوق  $K$  انرژی جنبشی است و  $U$  انرژی پتانسیل می‌باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی باشد و نیاز است در حل سؤالات هر دو نوع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

با توجه به پایستگی انرژی، برای هر سه توپ می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} E_A &= E_B \\ \rightarrow U_A + K_A &= U_B + K_B \\ \rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv'^2 \\ \rightarrow v' &= \sqrt{2gh + v^2} \quad \text{رابطه (۱)} \end{aligned}$$

بنابراین تندی نهایی گلوله‌ها به ارتفاع و تندی اولیه بستگی دارد. حال کافی است در رابطه (۱)، مقادیر  $v_1 = v$  و  $v_2 = 2v$  را برای توپ‌های (۱) و (۲) قرار دهیم.

$$\begin{cases} \text{توپ (۱): } 10\sqrt{5} = \sqrt{2gh + v^2} \rightarrow 500 = 2 \times 10 \times h + v^2 \\ \text{توپ (۲): } 20\sqrt{2} = \sqrt{2gh + (2v)^2} \rightarrow 800 = 2 \times 10 \times h + 4v^2 \end{cases}$$

با کم کردن دو طرف رابطه بالا از هم داریم:

$$800 - 500 = 4v^2 - v^2 \rightarrow 300 = 3v^2 \rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

با جای گذاری  $v = 10 \frac{m}{s}$  در رابطه  $500 = 20h + v^2$ ، مقدار  $h$  هم بدست می‌آید.

$$500 = 20h + v^2 \xrightarrow{v=10 \frac{m}{s}} h = 20m$$

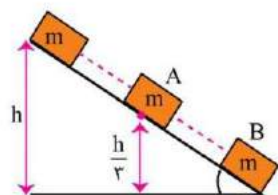
در نهایت گلوله (۳) با تندی  $4v = 40 \frac{m}{s}$  پرتاب می‌شود و تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$\text{توپ (۳): } v_3 = \sqrt{2gh + (4v)^2} = \sqrt{2 \times 10 \times 20 + 40^2} = 20\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

این سؤال براساس یکی از تمرین‌های انتهای فصل سوم کتاب درسی فیزیک دهم طرح شده است.

### گروه آموزشی ماز

۷۰- مطابق شکل، جسمی از حال سکون بر روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاک به سمت پایین می‌لغزد. اگر تندی حرکت جسم در نقاط A و B به ترتیب



$v_A$  و  $v_B$  باشد، نسبت  $\frac{v_A}{v_B}$  کدام است؟

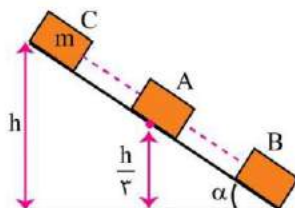
$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{3} & \quad (۲) \\ \frac{\sqrt{3}}{6} & \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{6}}{3} & \quad (۱) \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \quad (۳) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۳	۷	۷	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

با نوشتن پایستگی انرژی یکبار بین نقطه A و بالاترین نقطه مسیر و یکبار بین نقطه B و بالاترین نقطه مسیر، می‌توان تندی حرکت را در نقاط A و B محاسبه کرد.



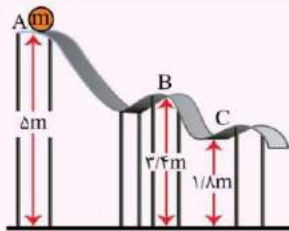
$$E_C = E_A \rightarrow mgh = mg\frac{h}{3} + \frac{1}{2}mv_A^2 \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

$$E_C = E_B \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

$$\rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}gh}}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{\frac{4}{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

این سؤال براساس یکی از تست‌های کنکور تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱ طرح شده است که به بررسی آن می‌پردازیم.





تست کنکور تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱:

جسمی به جرم  $m$  روی سطح بدون اصطکاک مطابق شکل مقابل، از نقطه  $A$  رها می‌شود. تندی جسم در نقطه  $C$ ، چند برابر تندی آن در نقطه  $B$  است؟

$$\frac{17}{9} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{3} \quad (2)$$

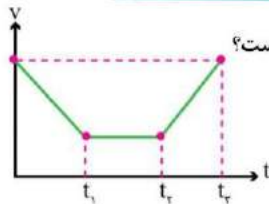
$$2 \quad (1)$$

گزینه (۳)

هنگامی که جسم در محیط بدون اصطکاک بدون سرعت اولیه رها می‌شود، تندی آن پس از پایین آمدن به اندازه  $h$  برابر با  $v = \sqrt{2gh}$  است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh_{AC}}}{\sqrt{2gh_{AB}}} = \sqrt{\frac{h_{AC}}{h_{AB}}} = \sqrt{\frac{3/4}{1/6}} = \sqrt{2}$$

### گروه آموزشی ماز



۷۱- نمودار تغییرات تندی حرکت یک جسم بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. چه تعداد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟

(الف) در بازه  $t_1$  تا  $t_2$ ، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(ب) کار خالص انجام‌شده روی جسم در بازه صفر تا  $t_1$ ، قرینه کار خالص انجام‌شده روی جسم در بازه  $t_2$  تا  $t_3$  است.

(ج) در بازه زمانی صفر تا  $t_3$ ، کار خالص انجام‌شده روی جسم صفر است.

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه سختی	میزان متوسط
درجه از ۱۰	۸	۱	۱۰	سؤال	دهم	کار و انرژی جنبشی				سختی	متوسط

### قضیه کار و انرژی جنبشی و کار کل

(۱) مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_{\text{کل}} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

(۲) مطابق رابطه فوق، اگر کار کل انجام‌شده روی یک جسم صفر باشد، تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. اگر کار کل مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و اگر کار کل منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.

(۳) دقت کنید کار کل انجام‌شده روی جسم به‌طور مستقیم اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

### مثال

تندی حرکت اتومبیلی به جرم  $1000 \text{ kg}$  از  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. کار کل انجام‌شده روی اتومبیل چند ژول است؟

$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (30^2 - 20^2) = 250000 \text{ J}$$

### مثال

یک چتر باز به جرم  $80 \text{ kg}$  از ارتفاع  $1000$  متری از سطح زمین بدون تندی اولیه شروع به سقوط می‌کند. اگر چتر باز با تندی  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سطح زمین برسد، کار

نیروی مقاومت هوا روی چتر باز چند ژول بوده است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

با توجه به این‌که فقط نیروهای وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند، کار کل انجام‌شده روی آن برابر مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است. در ادامه با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{\text{کل}} = W_{\text{mg}} + W_{\text{f}_0} \\ W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \end{cases} \rightarrow W_{\text{mg}} + W_{\text{f}_0} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow +mgh + W_{\text{f}_0} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\rightarrow 80 \times 10 \times 1000 + W_{\text{f}_0} = \frac{1}{2} \times 80 \times (4^2 - 0)$$

$$\rightarrow 800000 + W_{\text{f}_0} = 640 \rightarrow W_{\text{f}_0} = -799360 \text{ J}$$



### مثال

کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (الف) اگر تندی یک جسم ثابت باشد، کار کل انجام شده روی آن الزاماً صفر است.  
 (ب) اگر انرژی مکانیکی یک جسم ثابت باشد، کار کل انجام شده روی جسم الزاماً صفر است.  
 (ج) اگر جسمی تحت تأثیر دو نیرو با تندی ثابت حرکت کند، کار انجام شده توسط آن دو نیرو قرینه هم است.  
 ثابت ماندن انرژی مکانیکی، اطلاعاتی در مورد کار کل انجام شده روی جسم به ما نمی‌دهد، بنابراین با ثابت ماندن انرژی مکانیکی، کار کل انجام شده روی جسم می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد. با توجه به این توضیحات، عبارت (ب) عبارت نادرستی است.  
 دقت کنید که عبارتهای (الف) و (ج) با توجه به قضیه کار و انرژی، عبارتهای صحیحی هستند.



هر یک از عبارتها را جداگانه بررسی می‌کنیم.

بررسی (الف): در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، تندی حرکت جسم و انرژی جنبشی آن ثابت است، پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار خالص انجام شده صفر است. دقت کنید که کار خالص صفر است ولی نیروی خالص وارد بر جسم ممکن است صفر نباشد، پس عبارت (الف) الزاماً صحیح نیست.

بررسی (ب): تغییرات انرژی جنبشی جسم در بازه صفر تا  $t_1$ ، قرینه تغییرات انرژی جنبشی جسم در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  است، پس طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده در بازه صفر تا  $t_1$  هم قرینه کار کل انجام شده در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  است و عبارت (ب) صحیح است.

بررسی (ج): در لحظات صفر و  $t_3$ ، تندی حرکت جسم یکسان است، پس در این بازه تغییرات انرژی جنبشی صفر است و در نتیجه کار خالص انجام شده روی جسم صفر می‌باشد. بنابراین عبارت (ج) هم صحیح است.

این تست براساس یکی از تست‌های کنکور خارج از کشور رشته تجربی سال ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه به بررسی آن می‌پردازیم.



تست کنکور خارج از کشور تجربی سال ۱۴۰۰:

اگر تندی جسمی در یک مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟

(الف) کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(ب) انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

(پ) نیروی خاص وارد بر جسم صفر است.

(۱) الف و (۲) پ

(۳) الف و ب

(۴) ب و پ

پاسخ: مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، اگر تندی جسمی ثابت باشد، کار خالص انجام شده روی آن صفر است. دقت کنید که از ثابت ماندن تندی نمی‌توان در مورد انرژی مکانیکی و یا نیروی خالص وارد بر جسم اظهار نظر کرد و عبارتهای (ب) و (پ) می‌توانند درست یا نادرست باشند. بنابراین فقط عبارت (الف) الزاماً صحیح است.

### گروه آموزشی ماز

۷۲- جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  از ارتفاع  $1200$  متری از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر تا لحظه رسیدن جسم به زمین، انرژی درونی محیط و

جسم در مجموع  $236\text{ kJ}$  افزایش یابد، تندی جسم هنگام برخورد به زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

۷۲ (۴)

۲۰ (۳)

۳۶ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه ۱۰	۳	۶	۸	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده

### انرژی مکانیکی در حضور نیروهای غیرپایستار

همان‌طور که در درسنامه‌های قبلی دیدیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مساله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درسنامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

(۱) کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود. به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_F$$

با توجه به این‌که علامت کار منفی است،  $E_2$  کوچک‌تر از  $E_1$  می‌باشد.

(۲) انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود. به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر  $E_1 - E_2$  خواهد بود.



### مثال

جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  از ارتفاع  $1200$  متری از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود تا سقوط کند. اگر تا لحظه رسیدن جسم به زمین، انرژی درونی محیط

و جسم در مجموع  $236\text{ kJ}$  افزایش یابد، تندی جسم هنگام برخورد به زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



پاسخ: مطابق نکات فوق، اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و نهایی جسم برابر افزایش انرژی درونی محیط و جسم است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_1 - E_2 = U_1 + K_1 - (U_2 + K_2)$$

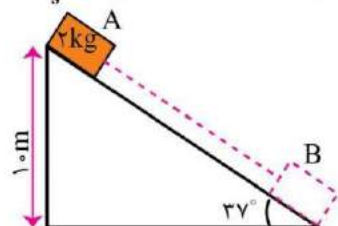
$$\begin{aligned} K_1 = U_2 &\rightarrow 236 \times 10^3 = mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow 236 \times 10^3 = 20 \times 10 \times 1200 - \frac{1}{2} \times 20 \times v_2^2 \\ &\rightarrow 236 \times 10^3 = 240 \times 10^3 - 10v_2^2 \\ &\rightarrow v_2^2 = 400 \rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s} = 72 \frac{km}{h} \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که دیدید این سؤال همان مثال درسنامه است که پاسخ برابر  $v = 72 \frac{km}{h}$  شد.

### گروه آموزشی ماز

۷۳- مطابق شکل جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  روی سطح شیب‌داری به سمت پایین حرکت می‌کند. اگر تندی حرکت جسم در نقاط A و B به ترتیب  $6 \frac{m}{s}$  و



$14 \frac{m}{s}$  باشد، متوسط نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چند نیوتون است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $2/4$   
(۲)  $1/2$   
(۳)  $0/6$   
(۴)  $1/5$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۲	۸	۸	سؤال	دهم	انرژی مکانیکی	ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	متوسط

پاسخ تشریحی:

گام اول: با در نظر گرفتن زمین به عنوان سطح مبدا پتانسیل گرانشی، انرژی مکانیکی جسم را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم.

$$E_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 2 \times 10 \times 1.0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 = 236 \text{ J}$$

$$E_B = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 14^2 = 196 \text{ J}$$

گام دوم: اختلاف انرژی مکانیکی نهایی و اولیه برابر کار نیروی اصطکاک است، بنابراین داریم:

$$W_{f_k} = E_B - E_A = 196 - 236 = -40 \text{ J}$$

گام سوم: طول مسیر حرکت برابر است با:

$$\sin 37^\circ = \frac{1.0}{d} \rightarrow d = \frac{5.0}{3} \text{ m}$$

بنابراین متوسط نیروی اصطکاک برابر است با:

$$W_{f_k} = -f_k d \rightarrow -40 = -f_k \times \frac{5.0}{3}$$

$$\rightarrow f_k = \frac{120}{5.0} = 24 \text{ N}$$

این سؤال براساس یکی از تست‌های کنکور تجربی ۱۴۰۱ طرح شده است که به بررسی آن می‌پردازیم.

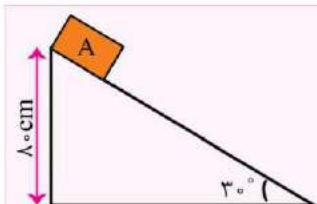
تست کنکور تجربی ۱۴۰۱:

در شکل زیر، جسمی به جرم  $500 \text{ گرم}$  را از نقطه A رها می‌کنیم. جسم می‌لغزد و با تندی  $3 \frac{m}{s}$  به سطح افقی می‌رسد.

کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک، در این جابه‌جایی، به ترتیب چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $4$  و  $-1/75$   
(۲)  $4$  و  $-2/25$   
(۳)  $8$  و  $-5/75$   
(۴)  $8$  و  $-6/25$

پاسخ: گزینه (۱)





کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = +mgh = 0.5 \times 10 \times 0.8 = 4J$$

برای محاسبه کار نیروی اصطکاک از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

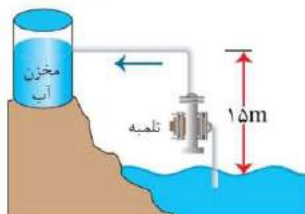
$$W_{\text{کل}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (3^2 - 0)$$

$$\xrightarrow{W_{mg}=4J} 4 + W_{f_k} = 2.25J \rightarrow W_{f_k} = -1.75J$$

برای تمرین بیشتر، با کمک رابطه  $E_2 - E_1 = W_{f_k}$  هم این سؤال را حل کنید.

### گروه آموزشی ماز

۷۴- مطابق شکل، یک تلمبه با بازده ۳۰ درصد، در هر دقیقه ۳۶۰۰ لیتر آب را تا ارتفاع ۱۵ متر بالا می‌برد. در هر ثانیه چند ژول انرژی در این تلمبه تلف



$$\text{می‌شود؟ } (p = 1 \frac{gr}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$$

$$21000 \quad (1)$$

$$9000 \quad (2)$$

$$30000 \quad (3)$$

$$12000 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب با	درجه	میزان
درجه از ۱۰	۳	۷	۷	سؤال	دهم	توان و بازده	پیش‌نیاز و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	سختی	ساده

### توان و بازده

(۱) توان یک دستگاه برابر کاری است که آن دستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

با توجه به نوع دستگاه، این کار می‌تواند صرف افزایش انرژی پتانسیل گرانشی جسم (مثلاً بالا بردن) شود، می‌تواند صرف افزایش انرژی جنبشی جسم (مثلاً موتور خودرو) شود.

(۲) ماشین‌ها معمولاً بخشی از انرژی ورودی به خود را تلف می‌کنند و فقط بخشی از انرژی ورودی به کار موردنظر ما تبدیل می‌شود. نسبت کار مفیدی که دستگاه انجام می‌دهد به کار کل (انرژی ورودی) آن برابر بازده دستگاه است.

$$Ra = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100 \quad \text{تبدیل به درصد}$$

$$Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 \quad \text{تبدیل به درصد}$$

### مثال

پمپ آبی با توان ۱۰ kW، در هر ساعت، ۱۲۰۰۰۰ لیتر آب با چگالی  $1 \frac{gr}{cm^3}$  را به اندازه ۸ متر بالا می‌برد. بازده این پمپ چقدر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{120000 \times 10 \times 8}{3600} = \frac{8000}{3} W$$

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{\frac{8000}{3}}{10000} \times 100 = \frac{8}{3} \times 100 = 26.6\%$$

### پاسخ تشریحی:

گام اول: محاسبه توان خروجی (واقعی)

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{3600 \times 10 \times 15}{60} = 9000 W$$

گام دوم: محاسبه توان ورودی (اسمی)

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow 30 = \frac{9000}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow P_{\text{ورودی}} = 30000 W$$

گام سوم: از  $30000\text{ W}$  توان ورودی، مقدار  $9000\text{ W}$  به توان مفید تبدیل می‌شود پس  $21000\text{ W}$  باقی‌مانده تلف می‌شود، بنابراین در هر ثانیه  $21000$  ژول انرژی تلف می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۷۵- بالابر A جسمی به جرم  $80\text{ kg}$  را در مدت  $10\text{ s}$  به اندازه  $5$  متر بالا می‌برد و بالابر B جسمی به جرم  $100\text{ kg}$  را در مدت  $20\text{ s}$  به اندازه  $10$  متر بالا می‌برد. اختلاف توان این دو بالابر چند وات است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۲۰۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشخصه	مفهومی	محاسباتی	آموزشی	شناسه	پایه	مبحث	پیش‌نیاز و ترکیب	پیش‌نیاز لازم تست	مفاهیم قابل ترکیب یا	درجه سختی	میزان سادگی
درجه از ۱۰	۱	۶	۶	سؤال	دهم	توان	و ترکیب	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	ساده

پایه ششم

توان بالابر A برابر است با:

$$P_A = \frac{m_A g h_A}{\Delta t_A} = \frac{80 \times 10 \times 5}{10} = 400\text{ W}$$

توان بالابر B برابر است با:

$$P_B = \frac{m_B g h_B}{\Delta t_B} = \frac{100 \times 10 \times 10}{20} = 500\text{ W}$$

بنابراین اختلاف توان دو بالابر برابر  $100\text{ W}$  است.



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور



۱. گزینه ۱ درست است.

طبق قانون پایستگی انرژی، می توان نوشت:

$$K = mgh - \frac{1}{2}mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{10}mgh \Rightarrow V^2 = \frac{1}{5}gh = \frac{1}{5} \times 10 \times 4 \Rightarrow V = 2 \frac{m}{s}$$

۲. گزینه ۳ درست است.

اگر کار مقاومت هوا را  $W_R$  در نظر بگیریم، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$mgh + W_R = \Delta K \Rightarrow 5 \times 10 \times 100 + W_R = \frac{1}{2} \times 5 (30^2 - 10^2) \\ \Rightarrow 5000 + W_R = 2000 \Rightarrow W_R = -3000 J$$

۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{cases} \text{کار نیروی گرانش} = W = -mgh = -10 \times 10 \times (2/25 \times 0/6) J = -135 J \\ \text{کار برآیند نیروها} = W' = \Delta K = \frac{1}{2}mV^2 = (\frac{1}{2} \times 10 \times 9) J = 45 J \end{cases} \Rightarrow \frac{W}{W'} = -3$$

۴. گزینه ۳ درست است.

براساس رابطه  $K = \frac{1}{2}mV^2$ ، می توان نوشت:

$$\frac{1}{2}m(V_A + 9)^2 = \frac{169}{100}(\frac{1}{2}mV_A)^2 \Rightarrow (V_A + 9)^2 = \frac{169}{100}V_A^2 \Rightarrow V_A + 9 = \frac{13}{10}V_A \Rightarrow V_A = 30 \frac{m}{s} \Rightarrow V_B' = 30 \frac{m}{s} \\ V_B = (\frac{1}{3} \times 30) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta V_B = V_B' - V_B = (30 - 10) \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}$$

۵- گزینه ۳ درست است.

$$W + W = K_f - K_i \\ -5 + W = -\frac{1}{2} \times 0/4 \times 36 \\ W = -2/2 J$$

۶- گزینه ۴ درست است.

طبق قضیه کار- انرژی جنبشی، چون تندی جسم ثابت است، نتیجه می شود که کل کار انجام شده روی جسم صفر است.

۷- گزینه ۴ درست است.

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نیروی خالص وارد بر جسم را حساب کرد.

$$W = \Delta K \Rightarrow F \cdot \Delta x = \Delta K \Rightarrow F = \frac{\Delta K}{\Delta x} = \frac{48}{12} = 4 \text{ N}$$

اکنون برای محاسبه تندی حرکت پس از ۲ ثانیه داریم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{4(v - 0)}{2} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۸- گزینه ۲ درست است.

اگر جسمی با تندی ثابت حرکت کند برای محاسبه توان از رابطه  $P = F \cdot v$  استفاده می‌کنیم. بنابراین می‌توان نوشت:

$$P = F \cdot v \Rightarrow 200 \times 746 = F \times 20 \Rightarrow F = 7460 \text{ N} \Rightarrow f = F = 7460 \text{ N}$$

توجه داشته باشید که هنگام استفاده از رابطه‌ها، یکاهای اصلی قرار گیرند. بنابراین ابتدا اسب بخار را به وات و کیلومتر بر ساعت را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} \Rightarrow 200 \text{ hp} = 200 \times 746 \text{ W}$$

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹- گزینه ۲ درست است.

در مسیر AB به دلیل وجود اصطکاک مقداری از انرژی جنبشی جسم در نقطه A کاسته می‌شود. برای محاسبه این مقدار می‌توان نوشت:

$$W_{f_k} = -f_k \cdot d = -\mu_k mgd = -0.4 \times 10 \times 2 = -8 \text{ J}$$

اکنون برای محاسبه انرژی در نقطه B داریم:

$$K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} \times 100 = 20 \text{ J}$$

$$K_B = 20 - 8 = 12 \text{ J}$$

هنگام ذخیره انرژی در بیشترین حالت تمام انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل کشسانی تبدیل می‌شود، در این صورت داریم:

$$U_{e_{\max}} = K_B = 12 \text{ J}$$

۱۰- گزینه ۱ درست است.

ابتدا کار نیروی مقاومت هوا را در مرحله بالا رفتن جسم، محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta E = W_{\text{fair}} \rightarrow \Delta U + \Delta K = W_{\text{fair}} \rightarrow mg\Delta h - \frac{1}{2} m v_1^2 = W_{\text{fair}} \rightarrow m \times 10 \times 40 - \frac{1}{2} \times m \times 900 = W_{\text{fair}} \rightarrow W_{\text{fair}} = -50 \text{ m}$$

اکنون در مرحله بازگشت جسم داریم:

$$\Delta E' = W_{\text{fair}} \rightarrow \Delta U + \Delta K = W_{\text{fair}} \rightarrow -mg\Delta h + \frac{1}{2} m v_2^2 = W_{\text{fair}} \rightarrow -400 \text{ m} + \frac{1}{2} m v_2^2 = -50 \text{ m} \rightarrow v_2^2 = 700 \rightarrow v_2 = 10 \sqrt{7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۱- گزینه ۱ درست است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 0/4 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta} \rightarrow v_2 = 2 \frac{m}{s}$$

$$W_t = \Delta k \rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 800 \times 2^2$$

$$W_t = 1600 J$$

۱۲- گزینه ۲ درست است.

$$E_1 = E_2 \rightarrow u_1 + k_1 = u_2 + k_2$$

$$\xrightarrow{u_2 = 2k_2} 0 + k_1 = 2k_2 + k_2 + k_2 \rightarrow k_1 = 4k_2$$

$$v_2 = \sqrt{300} \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۱۳- گزینه ۲ درست است.

$$W_t = \Delta k = k_2 - k_1$$

$$W_t = \frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m} = \frac{1}{2m} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2 \times 3} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{6} (4900 - 400) = 750 J$$

۱۴- گزینه ۴ درست است.

$$E_A - E_B = W_f$$

$$[(u_c) + (u_g)]_c + k_c - (k_A - U_A) = W_f$$

$$\frac{1}{2} kx^2 + mgh - \frac{1}{2} m v_A^2 = W_f \rightarrow \frac{1}{2} k (0/2)^2 + 2 \times 10 \times 1/5 - \frac{1}{2} \times 2 \times (6\sqrt{2})^2 = -12 \quad W_f < 0$$

$$0/02k + 30 - 72 = -12$$

$$0/02k = 30 \rightarrow k = 150 \frac{N}{m}$$

۱۵- گزینه ۳ درست است.

به کمک قضیه کار - انرژی داریم:

$$\Delta K = W_{\text{وزن}} + W_{\text{فنر}} + W_{\text{مقاومت هوا}} \rightarrow W_{\text{وزن}} = -(W_{\text{فنر}} + W_{\text{مقاومت هوا}})$$

$$mg\Delta h = -(-8 - 4) = 12 \rightarrow 4 \times 10 \times \Delta h = 12 \rightarrow \Delta h = 0/3 m = 30 cm \rightarrow x = 30 - 25 = 5 cm$$

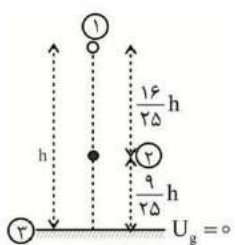
۱۶- گزینه ۱ درست است.

مجموع توان خروجی و توان اتلافی برابر با توان ورودی (تولیدی) است:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{اتلافی}}} &= \frac{9}{11} \\ P_{\text{ورودی}} &= P_{\text{خروجی}} + P_{\text{اتلافی}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{P_{\text{اتلافی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{11}{20} \rightarrow \frac{\text{انرژی اتلافی}}{\text{انرژی ورودی}} = \frac{11}{20}$$

$$\text{انرژی اتلافی} = \frac{11}{20} \times 198 = 11 \times 9/9 = 108/9 kJ$$





۱۷- گزینه ۳ درست است.

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 = U_2 + K_2 \rightarrow K_2 = U_1 - U_2 = mgh - \frac{9}{25}mgh = \frac{16}{25}mgh \quad (I)$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 = K_2 \rightarrow K_2 = mgh \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{K_2}{K_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

۱۸- گزینه ۴ درست است.

میان توان‌ها رابطه مقابل وجود دارد:

$$P_i = P_o + P_r \quad (I)$$

$$\text{بازده} = \frac{P_o}{P_i} \times 100 \xrightarrow{(I)} \text{بازده} = \frac{P_o}{P_o + P_r} \times 100 = \frac{P_o}{P_o + \frac{3}{5}P_o} \times 100 = \frac{1}{1 + \frac{3}{5}} \times 100 = \frac{5}{8} \times 100 = 62.5\%$$

۱۹- گزینه ۳ درست است.

کار یک نیروی ثابت از رابطه  $W = F \cos \theta d$  به دست می‌آید:

$$W_1 = W_2 \rightarrow F_1 \cos \theta_1 d_1 = F_2 \cos \theta_2 d_2 \rightarrow F_1 \times \cos 0^\circ \times 2d = 12 \times \cos 60^\circ \times 3d \rightarrow F_1 = 9N$$

۲۰- گزینه ۴ درست است.

به کمک پایداری انرژی و با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبنای انرژی پتانسیل گرانشی، هنگامی که گلوله به اندازه

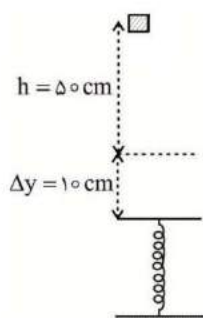
$\Delta y$  از نقطه رهاسازی سقوط می‌کند، تندی آن از  $v = \sqrt{2g\Delta y}$  به دست می‌آید:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}} \rightarrow \frac{v_2}{24} = \sqrt{\frac{\frac{16}{25}h}{\frac{9}{25}h}} = \frac{4}{3} \rightarrow v_2 = 32 \frac{m}{s}$$

۲۱- گزینه ۱ درست است.

ابتدا توان خروجی (مفید)  $(P_o)$  را تعیین می‌کنیم و در رابطه مقابل قرار می‌دهیم:

$$P_o = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2}{t} \rightarrow \frac{30}{100} \times 8 \times 10^3 = \frac{m(10 \times 16 + \frac{1}{2} \times 8^2)}{50} \rightarrow m = 1250 \text{ kg}$$



۲۲. گزینه ۲ درست است.

به کمک  $\Delta E = W_{\bar{f}_D}$  داریم:

$$\Delta U + \Delta K = W_{\bar{f}_D} \rightarrow -mg(h + \Delta y) + U_e + \frac{1}{2}mv^2 = W_{\bar{f}_D}$$

$$-4 \times 10 \left( \frac{0}{5} + \frac{0}{1} \right) + 10 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 = -\bar{f}_D \left( \frac{0}{6} \right) \rightarrow \bar{f}_D = 10 N$$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

در جابه‌جایی جرم به سمت بالا، دو نیروی بالابر (F) و وزن (W) وجود دارند:

$$W_F = F \Delta y \rightarrow 33 \times 10^3 = F \times 15 \rightarrow F = 2200 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow F - W = ma \rightarrow 2200 - (120 + 80) \times 10 = 200a \rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲۴. گزینه ۴ درست است.

توان برابر با انرژی (کار) تقسیم بر زمان ( $P = \frac{W}{t}$ ) است:

$$P = \frac{F \cos \alpha}{t} = (F \cos \alpha) v_{\text{av}} \rightarrow 18 \times 750 = F \times \frac{3}{4} \times 12 \rightarrow F = 1500 \text{ N}$$

۲۵- گزینه ۳ درست است.

$$W = Fd \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{W}{Fd} = \frac{7680}{150 \times 64} = \frac{7680}{9600}$$

$$\cos \theta = 0.8 \rightarrow \theta = 37^\circ$$

۲۶. گزینه ۱ درست است.



$$V_1 = \frac{252}{3.6} = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_t = W_f \text{ هوا}$$

$$W_t = K_v - K_1$$

$$W_t = \frac{1}{2} m V_v^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

$$W_t = -\frac{1}{2} \times (5000) \times (70)^2$$

$$W_t = -25000 \times 4900 = -12250000 \text{ J}$$

$$W_t = -12250 \text{ kJ}$$

۲۷- گزینه ۲ درست است.

$$W_{\text{mg}} = -\Delta U$$

$$\begin{cases} W_{\text{mg}} = -(Mgh_v - Mgh_1) \\ h_1 = 40 \text{ m} \end{cases}$$

$$h_v = 20 \text{ m}$$

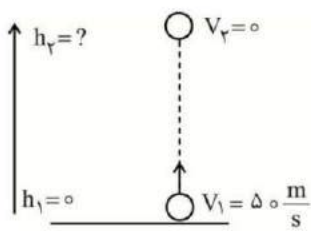
نیمه راه مسیر

$$\Rightarrow W_{\text{mg}} = -(\overbrace{20 \times 10 \times 20}^{4000} - \overbrace{20 \times 10 \times 40}^{8000})$$

$$W_{\text{mg}} = -(4000 - 8000) \rightarrow W_{\text{mg}} = 4000 \text{ J}$$

۲۸. گزینه ۱ درست است.

اول افزایش ارتفاع جسم را به دست می آوریم:



$$h_2 = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{(50)^2}{2 \times 10} = \frac{2500}{20} = 125 \text{ m}$$

حال تغییر انرژی پتانسیل

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

$$\Delta U = mgh_2 - mgh_1$$

$$\Delta U = 2 \times 10 \times 125 = 2500 \text{ J}$$

۲۹. گزینه ۴ درست است.

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

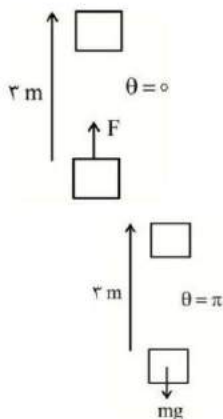
$$\frac{1}{2} m V_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 + mgh_2$$

$$\frac{1}{2} \times (200)^2 + 10 \times 1000 = \frac{1}{2} \times V_2^2 + 10 \times 3000$$

$$20000 + 10000 = \frac{1}{2} V_2^2 + 30000$$

$$18000 = \frac{1}{2} V_2^2 \rightarrow V_2^2 = 36000 \rightarrow V_2 = \sqrt{36000 \times 10} = 60 \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.



$$W_F = Fd \cos \theta$$

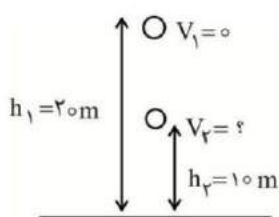
$$W_F = 300 \times 3 \times 1 = 900 \text{ J}$$

$$W_{mg} = Mgd \cos \theta$$

$$W_{mg} = 20 \times 10 \times 3 \times (-1)$$

$$W_{mg} = -600 \text{ J}$$

۳۱. گزینه ۲ درست است.



$$U_2 = mgh_2$$

$$U_2 = 12 \times 10 \times 10 = 1200 \text{ J}$$

چون به نیمه راه مسیر رسیده است، انرژی جنبشی و پتانسیل آن برابر است.

$$K_2 = U_2 = 1200 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \rightarrow 1200 = \frac{1}{2} \times 12 \times V_2^2$$

$$V_2^2 = \frac{1200}{6} = 200 \rightarrow V_2 = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۳۲- گزینه ۱ درست است.

از قضیه کار و انرژی استفاده می‌کنیم:

چون دو نیروی مؤثر در جابه‌جایی نیروی  $F$  و وزن جسم است.



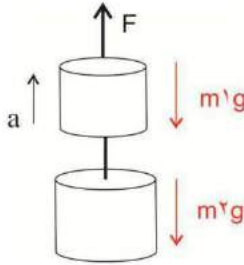
$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_F = \overbrace{K_f - K_i}^0$$

$$\Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_F = 0 \rightarrow W_F = -W_{\text{وزن}}$$

کار نیروی وزن را از تغییر انرژی پتانسیل گرانشی پیدا می‌کنیم:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(Mgh_f - Mgh_i) \Rightarrow W_F = -(-\Delta U) = +(Mgh_f - Mgh_i)$$

۳۳- گزینه ۳ درست است.



$$F = \overbrace{(m_1 + m_2)}^{\uparrow} \overbrace{g + a}^{\uparrow}$$

$$F = 70 + 8.4 = 78.4 \text{ N}$$

$$W = Fd \cos \theta \rightarrow W = 78.4 \times 1.5 \times \cos(0)$$

$$W = 117.6 \text{ J} = 117.6 \text{ kJ}$$

۳۴- گزینه ۴ درست است.

$$W_t = k_f - k_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}m_0v_i^2$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 5 \times (50)^2 = 6250 \text{ J}$$

$$W_{mg} = mg \times h \times \cos(0) = 5 \times 10 \times 200 = 10000 \text{ J}$$

$$W_t = W_{mg} + W_F \rightarrow W_F = W_t - W_{mg} = 6250 - 10000 = -3750 \text{ J} = -3.75 \text{ kJ}$$

۳۵- گزینه ۲ درست است.

چون مقاومت هوا ناچیز فرض شده است، پس:

$$E_i = E_f$$

$$U_i + k_i = U_f + k_f \rightarrow mgh_i + \frac{1}{2}mv_i^2 = mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$10 \times 2/2 + \frac{1}{2}(10)^2 = 10 \times 3/2 + \frac{1}{2}v_f^2$$

$$72 = 32 + \frac{1}{2}v_f^2$$

$$v_f^2 = 80 \rightarrow v_f = \sqrt{80}$$

$$v_f = 8.94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

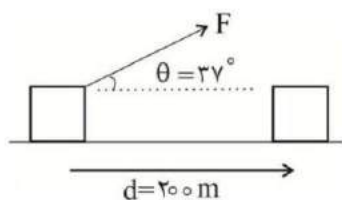
۳۶- گزینه ۲ درست است.

$$K = \frac{1}{2}mV^2$$

$$160000 = \frac{1}{2} \times 800 \times V^2$$

$$V^2 = \frac{160000}{400} = 400 \rightarrow V = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{cases} V = r \times \omega = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{cases} \quad \text{نکته}$$

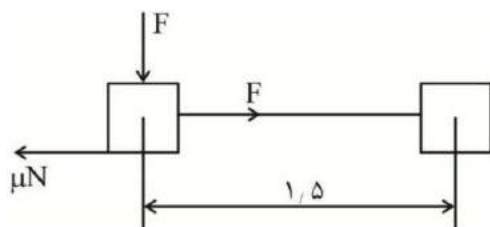


$$W = Fd \cos \theta$$

$$F = \frac{W}{d \cos \theta} = \frac{56000}{200 \times 0.8}$$

$$F = \frac{56000}{160} = 350 \text{ N}$$

۳۷- گزینه ۴ درست است.



$$(F - \mu N) \times 1/5 = 5/625$$

$$[5 - \mu(F + mg)] \times 1/5 = 5/625$$

$$5 - 25\mu = \frac{5/625}{1/5}$$

$$5 - 3/75 = 25\mu$$

$$\frac{1/25}{25} = \mu \Rightarrow \mu = 0.05$$

۳۸- گزینه ۱ درست است.

$$K_1 = \frac{1}{2} m V^2, \quad 9K_1 = \frac{1}{2} m (v + \lambda)^2$$

$$9\left(\frac{1}{2} m V^2\right) = \frac{1}{2} m (v + \lambda)^2$$

$$3V = V + \lambda \Rightarrow 2V = \lambda \Rightarrow V = \frac{m}{s}$$

۳۹- گزینه ۴ درست است.

$$V_A = 0$$

$$U_A = mgh = m \times 10 \times 0.45$$

$$U_A = 4.5m$$

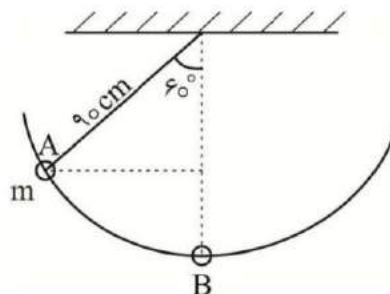
$$K_B = \frac{1}{2} m V^2 = 4.5m$$

$$V_B = V^2 = 9 \Rightarrow V_B = 3 \frac{m}{s}$$

$$\Delta k = \frac{1}{2} m \times 3^2 - \frac{1}{2} m \times 2.25^2 = 1.375m$$

$$\text{انرژی تلف شده} = \frac{1.375 \times 100}{4.5} \approx 30\%$$

۴۰- گزینه ۱ درست است.



۴۱. گزینه ۲ درست است.

$$h = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

$$K_B - K_A = W_{mg} \rightarrow 1225 - 745 = mgh \rightarrow 480 = 24 \cdot m$$

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$K_B = \frac{1}{2} m V_B^2 \rightarrow 1225 = \frac{1}{2} \times 20 \times V_B^2 \rightarrow V_B = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

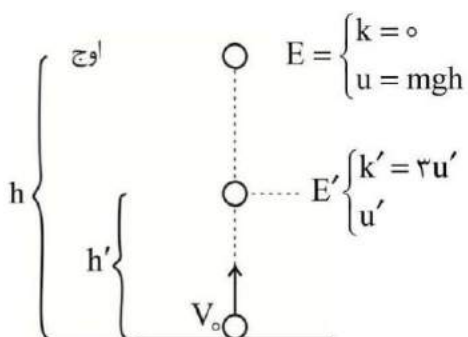
۴۲- گزینه ۱ درست است.

طبق پایستگی انرژی مکانیکی

پس داریم:

$$3u' + u' = mgh \rightarrow u' = \frac{mgh}{4}$$

$$mgh' = mg \frac{h}{4} \rightarrow h' = \frac{h}{4}$$



۴۳- گزینه ۲ درست است.

خودرو با سرعت ثابت در جاده افقی حرکت می کند پس انرژی های پتانسیل و جنبشی آن در طول مسیر ثابت می ماند و کل انرژی مصرفی توسط نیروهای اتلافی تلف می شود یک بازه یک ثانیه ای از حرکت خودرو را بررسی می کنیم:

$$W_f = -E_{\text{مصرفی}} = -Pt = -120 \times 10^3$$

$$W_f = -f \cdot d = -f(V \cdot \Delta t) = -f(30)$$

$$-120 \times 10^3 = -f \times 30 \rightarrow f = 4 \times 10^3 \text{ N}$$





۱ پاسخ تشریحی برای تبدیل یکای تندی از  $\text{km/h}$  به  $\text{m/s}$ ، آن را در عدد  $\frac{10}{36}$  ضرب می‌کنیم:

$$\Delta v = v_r - v_1 = 36 \text{ km/h} = 36 \times \frac{10}{36} = 10 \text{ m/s} \quad (\text{I})$$

تغییرات انرژی جنبشی از رابطه  $\Delta K = \frac{1}{2} m(v_r^2 - v_1^2)$  به دست می‌آید:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m(v_r^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_r^2 - v_1^2 = (v_r - v_1)(v_r + v_1)} \Delta K = \frac{1}{2} m(v_r - v_1)(v_r + v_1)$$

$$1600 = \frac{1}{2} \times 8 \times (10)(v_r + v_1) \Rightarrow v_r + v_1 = 40 \text{ m/s} \quad (\text{II})$$

$$\begin{cases} v_r - v_1 = 10 \text{ m/s} \\ v_r + v_1 = 40 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow v_r = 25 \text{ m/s}, v_1 = 15 \text{ m/s}$$

با استفاده از روابط (I) و (II) داریم:

برای تبدیل یکای تندی از  $\text{m/s}$  به  $\text{km/h}$ ، آن را در عدد  $\frac{36}{10}$  ضرب می‌کنیم.

$$v_1 = 15 \text{ m/s} = 15 \times \frac{36}{10} = 54 \text{ km/h}$$

## ۲ تست و پاسخ

در شکل زیر جسم تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}$  که اندازه آن، برابر وزن جسم است، روی سطح شیب‌دار به سمت بالا در حال حرکت است. در یک جابه‌جایی معین، نسبت کار انجام‌شده توسط نیروی  $\vec{F}$  به کار انجام‌شده توسط نیروی وزن جسم کدام است؟ ( $\cos 53^\circ = 0.6$ )

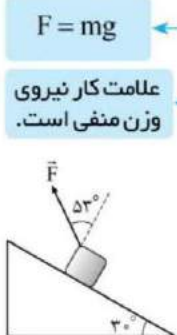
$$1/2 \quad (1)$$

$$1/6 \quad (2)$$

$$-1/2 \quad (3)$$

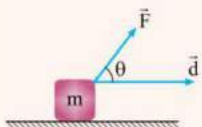
$$-1/6 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴



$$\frac{W_F}{W_{mg}} = ?$$

**درس نامه ۱۱** شکل زیر، جسمی به جرم  $m$  را نشان می‌دهد که تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}$  قرار دارد و به اندازه  $d$  جابه‌جا می‌شود.



$$W_F = Fd \cos \theta$$

زاویه بین بردار نیرو ( $\vec{F}$ ) و بردار جابه‌جایی ( $\vec{d}$ )

کار نیروی  $\vec{F}$  از رابطه مقابل به دست می‌آید:

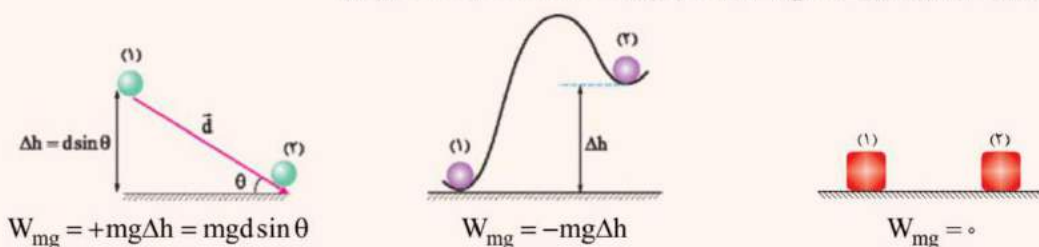
نیروی وزن، جزء نیروهای پایستار است. کار نیروی وزن به مسیر حرکت وابسته نیست و تنها به تغییرات ارتفاع (جابه‌جایی در راستای قائم) بستگی دارد. اگر مکان نهایی جسم نسبت به مکان اولیه، پایین‌تر باشد، کار نیروی وزن مثبت و اگر مکان نهایی جسم نسبت به مکان اولیه، بالاتر باشد، کار نیروی وزن منفی است.

$$W_{mg} = \pm mg \Delta h$$

مکان نهایی بالاتر از مکان اولیه باشد.

تغییرات ارتفاع

در شکل‌های زیر کار نیروی وزن جسمی به جرم  $m$  را برای ۳ حالت مختلف به دست آوریم:



**گام اول:** مطابق شکل، جابه‌جایی جسم در راستای سطح شیب‌دار را  $d$  در نظر می‌گیریم.

نیروی  $\vec{F}$  با راستای جابه‌جایی زاویه  $37^\circ$  می‌سازد؛ بنابراین کار نیروی  $\vec{F}$  برابر است با:

$$W_F = Fd \cos 37^\circ \xrightarrow[\cos 37^\circ = 4/5]{F=mg} W_F = mgd \times 4/5$$

**گام دوم:** مطابق شکل بالا جسم در راستای قائم، به اندازه  $\Delta h = d \sin 37^\circ = \frac{d}{5}$  به سمت بالا حرکت می‌کند؛ بنابراین کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg} = -mg \Delta h = -mg \left( \frac{d}{5} \right) = -4/5 mgd$$

$$\frac{W_F}{W_{mg}} = \frac{4/5 mgd}{-4/5 mgd} = -1/6$$

**گام سوم:** در نهایت نسبت  $W_F$  به  $W_{mg}$  برابر است با:

### تست و پاسخ ۳

خودرویی به جرم یک تن با تندی  $54 \text{ km/h}$  در مسیری مستقیم در حال حرکت است. نیروی خالص وارد بر خودرو با فرض ثابت بودن، چند نیوتون و در چه جهتی باشد تا پس از  $10 \text{ m}$  جابه‌جایی، انرژی جنبشی خودرو به  $100 \text{ kJ}$  برسد؟

- (۱)  $2500$ ، در خلاف جهت حرکت خودرو
- (۲)  $2500$ ، در جهت حرکت خودرو
- (۳)  $1250$ ، در خلاف جهت حرکت خودرو
- (۴)  $1250$ ، در جهت حرکت خودرو

**پاسخ: گزینه ۳**

**مشاوره** فیزیک صرفاً به کار بردن یک سری فرمول و رابطه نیست، ما به استدلال هم نیاز داریم. در این سؤال انرژی جنبشی در حال کاهش است؛ پس الزاماً، نیروی خالص وارد شده باید خلاف جهت حرکت باشد.

**خوبت حل کنی بهتره** انرژی جنبشی اولیه را با استفاده از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به دست آورید، سپس با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی ( $W_t = W_{F_{\text{net}}} = \Delta K$ ) نیروی خالص وارد بر جسم به دست خواهد آمد.



**درس نامه** •• طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی برابر با کار نیروی خالص یا کار کل است:

$$W_t = W_{F_{net}} = \Delta K \rightarrow \text{تغییرات انرژی جنبشی}$$

کار کل (جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر یک جسم)

کار نیروی خالص  $(F_{net} \times d \times \cos \theta)$

**پاسخ تشریحی** گام اول: انرژی جنبشی اولیه جسم را به دست می آوریم:

$$V_1 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10}{36} = 15 \text{ m/s}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^3 \times (15)^2 = 112.5 \times 10^3 \text{ J} \Rightarrow K_1 = 112.5 \text{ kJ}$$

انرژی جنبشی ثانویه جسم برابر  $100 \text{ kJ}$  است، پس انرژی جنبشی در طول جابه جایی کاهش یافته است. بنابراین نیروی خالص وارد بر خودرو در خلاف جهت حرکت آن است. یعنی:

گام دوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_{F_{net}} = \Delta K \Rightarrow F_{net} d \cos \theta = K_f - K_i \Rightarrow F_{net} \times 100 \times \underbrace{\cos 18^\circ}_{-1} = 100 \times 10^3 - 112.5 \times 10^3$$

$$\Rightarrow -10 F_{net} = -12.5 \times 10^3 \Rightarrow F_{net} = 12.5 \times 10^3 = 12500 \text{ N}$$

#### تست و پاسخ ۴

دو جسم A و B به جرم های  $m_A = m$  و  $m_B = 2m$  روی سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن هستند. اگر به این دو جسم به ترتیب نیروهای خالص و افقی  $2F$  و  $F$  وارد شود، پس از جابه جایی یکسان آن ها، تندی جسم A چند برابر تندی جسم B خواهد بود؟

$$\frac{v_A}{v_B} = ?$$

$$d_A = d_B$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۲**

**مشاوره** از تفکر و استدلال خود بهره بجویید. در این سؤال دو جسم A و B با جرم های مختلف داریم که به جسم با جرم کمتر (A)، نیروی خالص افقی بیشتری وارد شده است؛ پس در جابه جایی یکسان، باید تندی جسم A بیشتر از تندی جسم B باشد (باید با ۲) و (۲) خدا حافظی کنیم).

**درس نامه** •• درس نامه تست ۹۸ را را بخوانید.

**خوبت حل کنی بهتره** با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، تندی نهایی جسم A و جسم B را پس از طی کردن جابه جایی یکسان، به دست آورده و نسبت آن ها را محاسبه کنید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: جابه جایی جسم A و B را در راستای افقی d در نظر می گیریم. قضیه کار - انرژی جنبشی را برای هر دو جسم

$$\text{جسم A: } W_{t,A} = \Delta K_A \Rightarrow 2F \times d \times \cos 0 = \frac{1}{2} m (v_A^2 - 0^2) \Rightarrow v_A^2 = \frac{4Fd}{m}$$

A و B می نویسیم:

$$\text{جسم B: } W_{t,B} = \Delta K_B \Rightarrow F \times d \times \cos 0 = \frac{1}{2} (2m) (v_B^2 - 0^2) \Rightarrow v_B^2 = \frac{Fd}{m}$$

$$\frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{\frac{4Fd}{m}}{\frac{Fd}{m}} = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

گام دوم: نسبت تندی A به B را به دست می آوریم:

## تست و پاسخ ۵

حرکت با شتاب ثابت

جسمی تحت تأثیر نیروی خالص و ثابت  $\vec{F}$  شروع به حرکت می‌کند. اگر کار کل انجام‌شده روی جسم در ثانیه اول

$t = 2\text{ s}$  تا  $t = 1\text{ s}$

حرکت  $10\text{ J}$  باشد، کار کل انجام‌شده روی آن در ثانیه دوم حرکت چقدر است؟

$t = 1\text{ s}$  تا  $t = 0\text{ s}$

$40\text{ (۴)}$

$30\text{ (۳)}$

$20\text{ (۲)}$

$10\text{ (۱)}$

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** با توجه به این که نیروی خالص وارد بر جسم ثابت است، بنابراین شتاب ثابت است. تندی جسم در لحظه‌های  $t = 1\text{ s}$  و  $t = 2\text{ s}$  را بر حسب شتاب به دست آورید، سپس کار انجام‌شده روی جسم در ثانیه اول و ثانیه دوم را مقایسه کنید تا بتوانید کار انجام‌شده روی جسم در ثانیه دوم را به دست آورید.

**درس‌نامه ۱۱** معادله سرعت - زمان متحرکی که با شتاب ثابت  $a$  حرکت می‌کند به صورت روبه‌رو است:

$$v = at + v_0$$

**۲** درس‌نامه تست ۹۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** جسم تحت تأثیر نیروی خالص و ثابت  $\vec{F}$  قرار دارد؛ در نتیجه شتاب جسم ثابت است. شتاب جسم را  $a$  در نظر

می‌گیریم و تندی جسم در  $t = 1\text{ s}$  و  $t = 2\text{ s}$  را از رابطه  $v = at + v_0$  به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a(1) + v_0 = a + 0 = a \quad \text{و} \quad v_2 = a(2) + v_0 = 2a + 0 = 2a$$

**گام دوم:** کار انجام‌شده در ثانیه اول (بازه زمانی صفر تا  $1\text{ s}$ ) و کار انجام‌شده در ثانیه دوم (بازه زمانی  $1\text{ s}$  تا  $2\text{ s}$ ) را به کمک قضیه

کار - انرژی جنبشی به دست می‌آوریم:

$$(t = 1\text{ s} \text{ تا } t = 0\text{ s} \text{ بازه زمانی}): W_1 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}m(a^2 - 0) = \frac{1}{2}ma^2$$

$$(t = 2\text{ s} \text{ تا } t = 1\text{ s} \text{ بازه زمانی}): W_2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(4a^2 - a^2) = \frac{3}{2}ma^2$$

**گام سوم:** از تقسیم  $W_2$  بر  $W_1$  داریم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{3}{2}ma^2}{\frac{1}{2}ma^2} = 3 \Rightarrow W_2 = 3W_1 = 30\text{ J}$$

## تست و پاسخ ۶

$v_1 = 0$

مطابق شکل جعبه ساکنی به جرم  $4\text{ kg}$  را روی سطح افقی توسط نیروی  $\vec{F}$  می‌کشیم. پس از  $5\text{ m}$  جابه‌جایی،

فقط در  $5\text{ متر}$  ابتدایی حرکت نیروی  $\vec{F}$  وارد می‌شود.

نیروی  $\vec{F}$  قطع شده و جعبه پس از طی  $2/5\text{ m}$  دیگر متوقف می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جعبه  $\frac{1}{5}$

وزن جعبه باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )



$$f_k = \frac{mg}{5}$$

$4\text{ (۲)}$

$8\text{ (۱)}$

$12\text{ (۴)}$

$24\text{ (۳)}$

## پاسخ: گزینه ۴

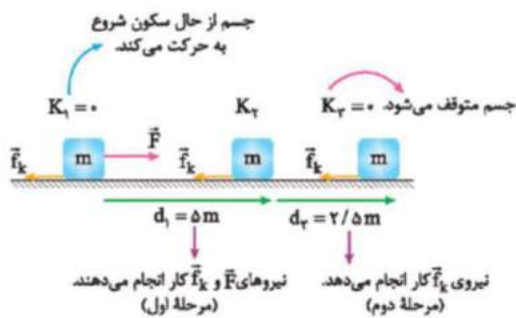
**مشاوره** زاویه دیدت رو عوض کن! گاهی اوقات برای تحلیل بهتر و درک عمیق‌تر نسبت به یک مسئله، نگاه کلی بهتر از نگاه جزئی است و باید به دنبال نقطه اشتراک بین قسمت‌های مختلف باشیم. به نظر شما عامل ارتباط‌دهنده در  $5\text{ متر}$  اول و  $2/5\text{ متر}$  بعدی چیست؟؟

**خودت حل کنی بهتره** حرکت جسم را به دو قسمت تقسیم کنید. قبل از قطع شدن نیروی  $\vec{F}$  و بعد از قطع شدن آن. قضیه کار - انرژی جنبشی را برای دو قسمت نوشته تا اندازه نیروی  $\vec{F}$  به دست بیاید. توجه کنید تندی نهایی جسم در  $5\text{ متر}$  اول حرکت با تندی اولیه جسم در  $2/5\text{ متر}$  باقی‌مانده یکسان است.



### پاسخ تشریحی

گام اول: مطابق شکل، حرکت جسم را در دو بخش قبل و بعد از قطع شدن نیروی  $\vec{F}$ ، تحلیل می‌کنیم.



$$f_k = \frac{mg}{\Delta} = \frac{40}{5} = 8 \text{ N}$$

گام دوم: قضیه کار - انرژی جنبشی را جداگانه برای مراحل اول و دوم می‌نویسیم:

$$\text{مرحله اول: } W_{t,1} = \Delta K_1 \Rightarrow Fd_1 \cos 0^\circ - f_k d_1 = K_2 - K_1 \Rightarrow F(5)(1) - 8(5) = K_2 - 0 \Rightarrow 5F - 40 = K_2 \quad (I)$$

$$\text{مرحله دوم: } W_{t,2} = \Delta K_2 \Rightarrow -f_k d_2 = K_3 - K_2 \Rightarrow -8 \times 2/5 = 0 - K_2 \Rightarrow K_2 = 20 \text{ J}$$

گام سوم: در رابطه (I) به جای  $K_2$ ،  $20 \text{ J}$  را جایگزین می‌کنیم و اندازه نیروی  $\vec{F}$  را به دست می‌آوریم:  $5F - 40 = 20 \Rightarrow F = 12 \text{ N}$

### تست و پاسخ ۷

$$\Delta K = 0$$

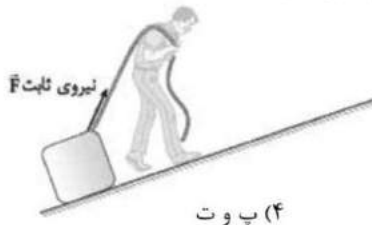
مطابق شکل، جسمی را با تندی ثابت از یک سطح شیبدار بالا می‌کشیم. برای این جسم کدام موارد الزاماً درست است؟

(الف) تغییرات انرژی مکانیکی برابر با منفی کار نیروی وزن است.

(ب) کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، صفر است.

(پ) کار نیروی خالص برابر با تغییر انرژی درونی جسم و سطح است.

(ت) انرژی مکانیکی جسم افزایش می‌یابد.



(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

### پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** در سؤالاتی که باید گزاره‌های درست و نادرست را تشخیص دهیم و گزینه‌ها هم شمارشی نیست، بهترین کار رفتن به سراغ گزاره‌ای است که از نگاه خودت ساده‌تر است و با بررسی درستی و نادرستی آن به رد گزینه خواهید رسید.

**درسنامه ۹۹ (۱)** نیروهایی مانند وزن، نیروی فنر و نیروی الکتریکی جزء نیروهای پایستار هستند و توانایی تغییر انرژی مکانیکی را ندارند؛

به عبارت دیگر اگر نیروهای وارد بر جسم پایستار باشند و نیروهای خارجی و اصطکاک

و مقاومت هوا وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی جسم پایسته است؛ به عبارتی:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = 0$$

تغییرات انرژی جنبشی = 0  
تغییرات انرژی پتانسیل = 0  
تغییرات انرژی مکانیکی = 0

(۲) نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا می‌توانند انرژی مکانیکی را تغییر دهند و دیگر تغییرات انرژی مکانیکی صفر نیست. در این

حالت تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی اصطکاک و مقاومت هوا است. نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک و مقاومت هوا) معمولاً انرژی

مکانیکی جسم را به انرژی درونی تبدیل می‌کنند و باعث گرم شدن جسم و محیط می‌شوند.

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = W_{\text{اتلافی}}$$

کار نیروی مقاومت هوا و اصطکاک



**پاسخ تشریحی** درستی و نادرستی گزاره‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

$$\Delta E = \Delta U_g + \Delta K = \Delta U_g = -W_{mg}$$

الف) درست؛

جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند.

ب) نادرست؛ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، شامل دو نیروی عمودی سطح  $(\vec{F}_N)$  و نیروی اصطکاک  $(\vec{f}_k)$  است. نیروی عمودی سطح  $(\vec{F}_N)$  عمود بر راستای جابه‌جایی است، پس  $W_{F_N} = 0$ ؛ اما کار نیروی اصطکاک لزوماً صفر نیست.

پ) نادرست؛  $W_{f_k} \neq W_{\text{نیروی خالص}} = W_F + W_{f_k} + W_{mg} \Rightarrow W_{f_k} \neq W_{\text{نیروی خالص}}$

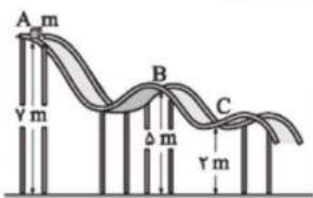
مقدار کار نیروی اصطکاک، همان تغییر انرژی درونی جسم و سطح است؛ بنابراین کار نیروی خالص با تغییر انرژی درونی جسم و سطح برابر نیست.

$$\Delta E = \Delta U_g + \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} \Delta E = \Delta U_g \xrightarrow[\Delta U_g > 0]{\text{ارتفاع جسم افزایش می‌یابد.}} \Delta E > 0$$

ت) درست؛

## تست و پاسخ ۸

در شکل زیر گلوله‌ای از نقطه A رها شده و از دو نقطه B و C به ترتیب با تندی‌های  $6 \text{ m/s}$  و  $8 \text{ m/s}$  عبور می‌کند. کار نیروی اصطکاک در مسیر BC چند برابر کار این نیرو در مسیر AB است؟  
( $g = 10 \text{ N/kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است).



$$\frac{(W_{f_k})_{BC}}{(W_{f_k})_{AB}} = ?$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{22}{19} \quad (4)$$

$$8 \quad (1)$$

$$\frac{19}{22} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** در سوالات نسبتی، در بیشتر موارد با گزینه‌هایی روبه‌رو هستیم که عددهای آن، معکوس هم هستند و طراح منتظر است تمام تلاش‌های شما را در مرحله آخر بر باد دهد. (هواس پرتی ممنوع!)

**خودت حل کنی بهتره** تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی اصطکاک است. کار نیروی اصطکاک در مسیر BC و AB را با استفاده از تغییرات انرژی مکانیکی به دست آورید و در نهایت به خواسته سؤال که نسبت آن‌ها است را محاسبه کنید.

**درس‌نامه** در درس‌نامه (۲) تست ۱۰۲، درس‌نامه (۳) تست ۹۶ و درس‌نامه (۲) تست ۹۷ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: کار نیروی اصطکاک در مسیر AB و BC را به دست می‌آوریم.

$$(W_{f_k})_{AB} = E_B - E_A = \Delta U_{AB} + \Delta K_{AB} = mg(h_B - h_A) + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = m \times 10 \times (5 - 7) + \frac{1}{2}m(6^2 - 0^2) = -20m + 18m = -2m$$

$$(W_{f_k})_{BC} = E_C - E_B = \Delta U_{BC} + \Delta K_{BC} = mg(h_C - h_B) + \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) = m \times 10 \times (2 - 5) + \frac{1}{2}m(8^2 - 6^2) = -30m + \frac{1}{2}m(2)(14) = -16m$$

اتحاد مزدوج

$$\frac{(W_{f_k})_{BC}}{(W_{f_k})_{AB}} = \frac{-16m}{-2m} = 8$$

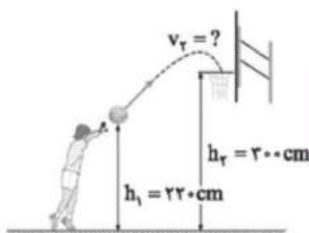
گام دوم: نسبت کار نیروی اصطکاک در مسیر BC به کار نیروی اصطکاک در مسیر AB را به دست می‌آوریم:

## تست و پاسخ ۹

$$\Delta v = \pm 2 \text{ m/s}$$

در شکل زیر تندی توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به سبد  $2 \text{ m/s}$  تغییر می‌کند. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا رسیدن توپ به سبد،  $\frac{1}{4}$  کار نیروی وزن باشد، توپ با تندی چند متر بر ثانیه وارد سبد می‌شود؟

$$(g = 10 \text{ N/kg})$$



$$W_{fD} = \frac{1}{4} W_{mg}$$

۶ (۲)

۲ (۴)

۸ (۱)

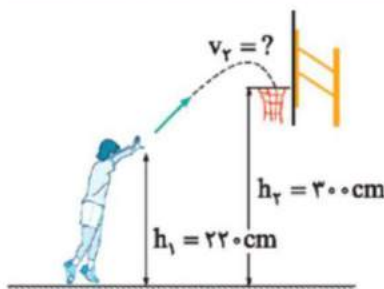
۴ (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** زمانی که صرفاً از تغییرات یک کمیت آگاه هستیم، باید مطمئن شویم کمیت، افزایش یا کاهش پیدا می‌کند. در این راه استدلال و روابط فیزیکی به ما کمک خواهد کرد؛ مثلاً در این سؤال با پرتاب توپ به سمت بالا و با توجه به این‌که کار نیروی وزن و مقاومت هوا هر دو در این مسیر منفی‌اند می‌فهمیم انرژی جنبشی کاهش یافته است.

**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا کار نیروی مقاومت هوا را به دست آورید ( $W_{fD} = \frac{1}{4} W_{mg}$ )، سپس با استفاده از رابطه تغییر انرژی مکانیکی مجموع تندی‌های اولیه و ثانویه جسم به دست می‌آید. اختلاف تندی‌های اولیه و ثانویه هم که در صورت سؤال داده شده است. با تشکیل دستگاه خواسته تست به دست می‌آید.

**درس‌نامه** درس‌نامه (۲) تست ۱۰۲، درس‌نامه (۳) تست ۹۶ و درس‌نامه (۲) تست ۹۷ را بخوانید.



**پاسخ تشریحی** گام اول: کار نیروی مقاومت هوا ( $W_{fD}$ )، از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن توپ به سبد را به دست می‌آوریم:

$$W_{fD} = \frac{1}{4} W_{mg} = \frac{1}{4} (-mg\Delta h) = -\frac{1}{4} m \times 10 \times (3 - 2/2) = -2 \text{ m}$$

گام دوم: از رابطه  $\Delta E = \Delta U + \Delta K = W_{fD}$  استفاده می‌کنیم:

$$\Delta U + \Delta K = W_{fD} \Rightarrow mg(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = -2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 10(3 - 2/2) + \frac{1}{2} (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = -2 \Rightarrow 8 + \frac{1}{2} (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = -2$$

$$\Rightarrow \underbrace{(v_2 - v_1)}_{-2} (v_2 + v_1) = -20 \Rightarrow v_2 + v_1 = +10 \text{ (m/s)}$$

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = -2 \\ v_2 + v_1 = 10 \end{cases} \Rightarrow 2v_2 = 8 \Rightarrow v_2 = 4 \text{ m/s}$$

گام سوم: با تشکیل دستگاه،  $v_2$  را به دست می‌آوریم.

**توجه** در رابطه  $(v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = -20$ ، عبارت  $(v_2 + v_1)$  مقداری مثبت است؛ به همین دلیل تغییرات تندی باید منفی باشد تا این رابطه برقرار باشد.

## تست و پاسخ ۱۰

گلوله از بالنی که تندی آن  $20 \text{ m/s}$  است، رها می‌شود؛ پس تندی گلوله در این ارتفاع  $20 \text{ m/s}$  است.

بالنی با سرعت ثابت  $20 \text{ m/s}$  در راستای قائم به سمت بالا حرکت می‌کند. هنگامی که بالن در ارتفاع  $100 \text{ m}$  متری سطح زمین قرار دارد، گلوله‌ای از آن رها می‌شود. در لحظه‌ای که تندی گلوله نصف تندی آن در لحظه برخورد با سطح زمین است، ارتفاع گلوله از سطح زمین چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است).

$$\Delta E = 0, W_{fD} = 0$$

۳۰ (۲)

۲۵ (۱)

۹۰ (۴)

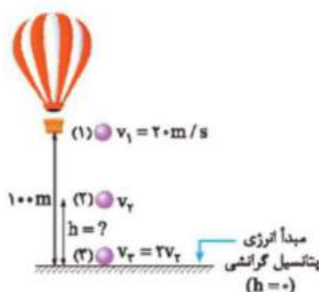
۵۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** رسم شکل را جدی بگیرید. اطلاعات مسئله را در قالب شکل پیاده کنید و بهانه نیاورید که فرایندی زمان‌بر است. بعد از کشیدن شکل می‌بینید که چه قدر روند تحلیل ساده‌تر و سریع‌تر انجام می‌شود.

**خوبت حل کنی بهتره** مقاومت هوا صفر است؛ بنابراین با برابر قراردادن انرژی مکانیکی در نقطه رها شدن گلوله از بالن با مکانی که گلوله به سطح زمین می‌رسد، تندی برخورد گلوله با سطح زمین را به دست آورید؛ سپس برابری انرژی مکانیکی بین لحظه برخورد با سطح زمین و نقطه‌ای که تندی گلوله نصف تندی برخورد آن با سطح زمین است، ارتفاع مورد نظر به دست می‌آید.

**درس‌نامه** در سنامه (۱) تست ۱۰۲ را بخوانید.



**پاسخ تشریحی** گام اول، مطابق شکل گلوله از نقطه (۱) از بالن رها می‌شود. تندی گلوله در این لحظه همان تندی بالن است؛ بنابراین  $v_1 = 20 \text{ m/s}$  است.

در نقطه (۲)، تندی گلوله نصف تندی گلوله در لحظه برخورد به سطح زمین (یعنی نقطه (۳)) است؛ بنابراین  $v_2 = \frac{v_3}{2}$  است.

گام دوم: انرژی مکانیکی در نقاط (۱) و (۳) با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_3 + K_3 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(2v_2)^2 \Rightarrow 10 \times 100 + \frac{1}{2}(20)^2 = 2v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 600$$

گام سوم: انرژی مکانیکی در نقاط (۲) و (۳) با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$E_2 = E_3 \Rightarrow U_2 + K_2 = U_3 + K_3 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(2v_2)^2 \Rightarrow 10 \times h + \frac{1}{2}(600) = \frac{1}{2}(2v_2)^2$$

$$\Rightarrow 10h + 300 = 2(600) \Rightarrow h = 90 \text{ m}$$

## تست و پاسخ ۱۱

گلوله‌ای به جرم  $200 \text{ g}$  با تندی  $20 \text{ m/s}$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر گلوله با تندی  $10 \text{ m/s}$  به سطح زمین برگردد، تندی آن در نصف ارتفاع اوج هنگام پایین آمدن چند متر بر ثانیه است؟ (بزرگی نیروی مقاومت هوا در طی مسیر رفت و برگشت را ثابت در نظر بگیرید و  $g = 10 \text{ m/s}^2$  است).

کار نیروی مقاومت هوا متناسب با مسافت طی شده است.

۶ (۴)

۵ (۳)

$6\sqrt{2}$  (۲)

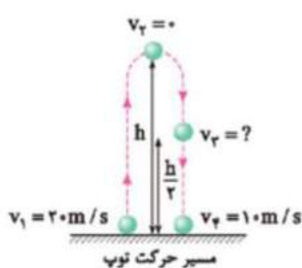
$5\sqrt{2}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۱



**خوبت حل کنی بهتره** ابتدا کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت را به دست آورید. برای این کار می‌توانید از رابطه  $\Delta E = W_{f_D}$  استفاده کنید، سپس با بررسی مسیر رفت و نوشتن رابطه  $\Delta E = W_{f_D}$  برای این مسیر ارتفاع اوج گلوله به دست می‌آید. توجه کنید، کار نیروی اصطکاک ثابت است و در مسیر رفت، نصف کل مسیر رفت و برگشت است. در نهایت تندی گلوله در نصف ارتفاع اوج مسیر برگشت را با استفاده دوباره از رابطه  $\Delta E = W_{f_D}$  به دست آورید.

**درس نامه** درس نامه (۲) تست ۱۰۲ را بخوانید.



**پاسخ تشریحی** **گام اول:** کار نیروی مقاومت هوا را در طول مسیر رفت و برگشت به دست می‌آوریم. رابطه  $\Delta E = W_{f_D}$  را بین دو نقطه (۱) و (۴) می‌نویسیم.

$$\Delta E_{1 \rightarrow 4} = W_{f_D(\text{رفت و برگشت})}$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 4} + \Delta K_{1 \rightarrow 4} = W_{f_D(\text{رفت و برگشت})}$$

$$W_{f_D(\text{رفت و برگشت})} = \frac{1}{2} m (v_4^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} (0/2) (10^2 - 20^2) = -30 \text{ J}$$

**گام دوم:** ارتفاع اوج (h) را به دست می‌آوریم. نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت است، پس کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت نصف کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت است.

$$\Delta E_{1 \rightarrow 2} = W_{f_D(\text{رفت})} = -\frac{30}{2} = -15 \text{ J}$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta K_{1 \rightarrow 2} = -15 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = -15 \Rightarrow 0/2 \times 10 \times h + \frac{1}{2} (0/2) (0^2 - 20^2) = -15 \Rightarrow h = 12/5 \text{ m}$$

**گام سوم:** رابطه  $\Delta E = \Delta U + \Delta K = W_{f_D}$  را بین دو نقطه (۲) و (۳) استفاده می‌کنیم. مسافتی که گلوله بین دو نقطه (۲) و (۳) طی می‌کند،  $\frac{1}{4}$  مسیر رفت و برگشت است؛ بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در این مسیر  $-\frac{30}{4} = -7.5 \text{ J}$  است.

$$\Delta E_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta K_{2 \rightarrow 3} = W_{f_D(2 \rightarrow 3)} = -\frac{30}{4} = -7.5 \text{ J}$$

$$\Rightarrow -mg(\frac{h}{4}) + \frac{1}{2} m (v_3^2 - v_2^2) = -7.5 \Rightarrow -0/2 \times 10 \times (\frac{12/5}{4}) + \frac{1}{2} (0/2) (v_3^2 - 0^2) = -7.5 \Rightarrow v_3^2 = 50$$

$$\Rightarrow v_3 = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

## تست و پاسخ ۱۲

در شکل دو جسم مشابه A و B به جرم ۲ kg را در شرایط خلأ به ترتیب در راستای قائم و روی سطح شیب‌داری با تندی v به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازه نیروی اصطکاک بین جسم B و سطح شیب‌دار ثابت و برابر ۶ N باشد و جسم A تا ارتفاع ۲ متری نقطه پرتاب بالا رود، جسم B چه مسافتی را روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟

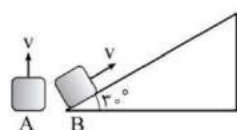
(g = ۱۰ N/kg)

۱/۲۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



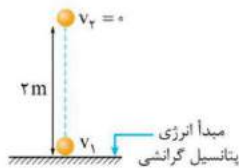
**پاسخ: گزینه ۲**

### مشاوره مراقب کلمات باشیم!

در این سوال، مسافت طی شده جسم B روی سطح شیبدار را می‌خواهد و ممکن است ما به اشتباه ارتفاع را به دست آوریم و خبر بد این که، طراح ارتفاع بالارفته جسم B را هم حساب کرده و در گزینه‌ها گذاشته.

درس نامه درس نامه (۲) تست ۱۰۲ را بخوانید.

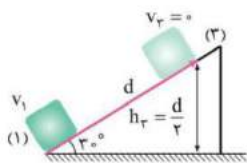
پاسخ تشریحی گام اول: جسم A را مورد بررسی قرار می‌دهیم و تندی اولیه را به دست می‌آوریم.



$$E_1 = E_2$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = 10 \times 2 \Rightarrow v_1^2 = 40 \text{ (m}^2/\text{s}^2)$$

گام دوم: جسم B روی سطح شیبدار را تحلیل می‌کنیم و مسافت طی شده روی سطح شیبدار را به دست می‌آوریم.



$$E_2 - E_1 = W_{f_k}$$

$$(U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = -f_k d \Rightarrow mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -f_k d$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times \frac{d}{\sin 30^\circ} - \frac{1}{2} \times 2 \times (40)^2 = -6d \Rightarrow 10d - 40 = -6d \Rightarrow 16d = 40 \Rightarrow d = 2.5 \text{ m}$$

### تست و پاسخ ۱۳

توان خودرویی به جرم ۱۵۰۰ kg برابر با ۱۶۰ hp است. خودرو در یک جاده افقی حرکت می‌کند و طی مدت ۵ s تندی

آن از ۷۲ km/h به ۱۰۸ km/h می‌رسد. بازده خودرو در هنگام انجام این کار چند درصد است؟

(۱ hp = ۷۵۰ W) و از نیروهای اتلافی صرف نظر کنید.

$$P = \frac{W_t}{\Delta t}$$

$$P = \frac{\Delta K}{\Delta t}$$

$$W_t = \Delta K$$

$$50 \text{ (۲)}$$

$$75 \text{ (۴)}$$

$$37/5 \text{ (۱)}$$

$$62/5 \text{ (۳)}$$

### پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در حل بعضی از سوال‌ها، نیاز به محاسبه دقیق نیست، مثلاً در این سوال گزینه‌ها پرت هستند و در روند محاسبات در مرحله آخر می‌توانید به صورت تقریبی گزینه مورد نظر را انتخاب کنید.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط موتور را به دست آورید و پس از آن طبق رابطه

$$P_{\text{out}} = \frac{W}{\Delta t}, \text{ توان مفید موتور را محاسبه کنید و در نهایت بازده موتور از رابطه } \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100 \text{ بر حسب درصد به دست می‌آید.}$$

درس نامه به نسبت کار انجام شده توسط یک دستگاه به مدت زمان لازم برای انجام کار، توان متوسط گفته می‌شود. توان کمیته نرده‌ای است و یکای آن در SI، وات (W) است. توان متوسط از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\text{کار (J)} \rightarrow P_{\text{av}} = \frac{W}{t} \leftarrow \text{توان متوسط (W)}$$

۲) به نسبت انرژی مفید (کار مفید) یک دستگاه به انرژی ورودی (کار ورودی)، بازده (Ra) دستگاه گفته می‌شود.

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (کار مفید)}}{\text{انرژی ورودی (کار ورودی)}} \xrightarrow[\text{بر مدت زمان}]{\text{تقسیم صورت و مخرج}} Ra = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان ورودی}}$$



منظور از انرژی مفید یا توان مفید، همان انرژی و توانی است که در عمل، دستگاه به عنوان خروجی می‌دهد. شکل مقابل به صورت شماتیک نشان‌دهنده این موضوع است.

$$\text{انرژی تلف شده} + \text{انرژی خروجی} = \text{انرژی ورودی}$$

۳) درس‌نامه تست ۹۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول، ابتدا کار نیروی موتور را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1500 \times (30^2 - 20^2) = 375000 \text{ J}$$

توجه کنید که برای تبدیل تندی از km/h به m/s، آن را در  $\frac{1}{3.6}$  ضرب کردیم.

$$P_{out} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{375000}{5} = 75000 \text{ W} \xrightarrow{1 \text{ hp} = 7500 \text{ W}} P_{out} = 100 \text{ hp}$$

گام دوم، توان خروجی (مفید) را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{100}{160} \times 100 = 62.5\%$$

گام سوم، بازده خودرو برابر است با:

#### تست و پاسخ ۱۴

یک پمپ الکتریکی با توان ورودی ۶ kW در مدت ۴ دقیقه، ۳ m<sup>۳</sup> آب را با تندی ثابت از چاهی به عمق ۶ متر از سطح زمین به منبع آبی به ارتفاع ۱۸ متر از سطح زمین منتقل می‌کند. بازده این پمپ چند درصد است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) و چگالی آب ۱ g/cm<sup>۳</sup> است.

کاری که در عمل انجام می‌دهد. ( $P_{out}$ )

۱۵ (۴)      ۲۵ (۳)      ۴۰ (۲)      ۵۰ (۱)

#### پاسخ: گزینه ۱

**خوب حل کنی بهتره** با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار انجام‌شده توسط پمپ را به دست آورید. برای محاسبه جرم آب

جابه‌جاشده از رابطه چگالی استفاده کنید. سپس توان خروجی پمپ ( $P_{out}$ ) را از رابطه  $P_{out} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t}$  به دست آورید تا در نهایت

بازده پمپ برحسب درصد از رابطه  $Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100$  محاسبه شود.

**درس‌نامه** درس‌نامه‌های (۱) و (۲) تست ۱۰۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول، کار انجام‌شده توسط پمپ را در مدت ۴ دقیقه به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta K^* \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{وزن}}$$

$$W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +(\rho V) \times g \times \Delta h = 1000 \times 3 \times 10 \times 24 = 720000 \text{ J}$$

جرم آب منتقل‌شده در مدت ۴ دقیقه



**حواستون باشه** پمپ در مدت زمان ۴ دقیقه، آب را از عمق ۶ متر به ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین منتقل کرده است. اگر ارتفاع زمین را صفر در نظر بگیریم، ارتفاع عمق ۶ متری برابر  $h_1 = -6 \text{ m}$  است و ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین،  $h_2 = +18 \text{ m}$  است؛ بنابراین  $\Delta h = h_2 - h_1 = 24 \text{ m}$  است.

$$P_{\text{out}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{72 \times 10^4}{24} = 3 \times 10^3 \text{ W} = 3 \text{ kW}$$

گام دوم: توان خروجی پمپ را در مدت ۴ دقیقه به دست می آوریم.

$$R_a = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100 = \frac{3}{6} \times 100 = 50\%$$

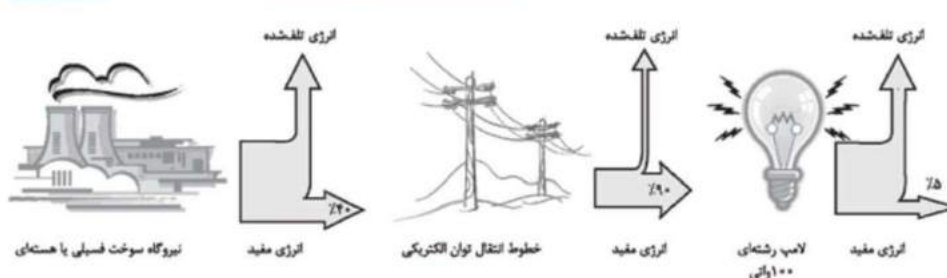
گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

## تست و پاسخ ۱۵

در نیروگاه سوخت فسیلی شکل زیر با سوختن هر لیتر گازوئیل  $30 \text{ MJ}$  انرژی گرمایی تولید می شود. برای این که یک لامپ رشته ای  $100 \text{ W}$ ی به مدت  $6 \text{ h}$  روشن بماند، در نیروگاه چند لیتر گازوئیل مصرف می شود؟

$$U = Pt$$

$$1 \text{ L (گازوئیل)} \equiv 30 \text{ MJ}$$



۰ / ۲ (۱)

۰ / ۴ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** کتاب درسی مهم است، این سؤال از دل کتاب درسی بیرون آمده و ممکن است برای بعضی از شماها جدید باشد و شاید هم فکر نمی کردید این مطلب بتواند در قالب تست مطرح شود.

**خوبت حل کنی بهتره** انرژی لازم برای روشن ماندن لامپ  $100 \text{ W}$ ی به مدت زمان  $6 \text{ h}$  ساعت را به دست آورید؛ سپس مقدار انرژی مفیدی که توسط نیروگاه به عنوان انرژی ورودی به لامپ می رسد را محاسبه کنید تا با برابر قراردادن این دو مقدار به دست آمده، انرژی تولید شده در نیروگاه را به دست آورید. در نهایت با یک نسبت تناسب ساده مقدار گازوئیل مورد نظر برای تولید این مقدار انرژی به دست آورید.

**درس نامه** درس نامه های (۱) و (۲) تست ۱۰۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: انرژی لازم (ورودی) برای این که لامپ  $100 \text{ W}$ ی در مدت  $6 \text{ h}$  ساعت روشن بماند را به دست می آوریم.

$$E_{\text{پمپ}} = P_{\text{لامپ}} \times t = 100 \times (6 \times 3600) = 2160000 \text{ J}$$

گام دوم:  $40\%$  درصد از انرژی تولید شده در نیروگاه ( $E_{\text{نیروگاه}}$ ) به خطوط انتقال می رسد و  $90\%$  درصد از انرژی خطوط انتقال به صورت مفید به لامپ می رسد؛ بنابراین ورودی لامپ  $E_{\text{لامپ}}$  برابر است با:

$$E_{\text{نیروگاه}} = \left( \frac{0.4}{0.9} \times E_{\text{لامپ}} \right) = \frac{0.4}{0.9} \times 2160000$$

$$E_{\text{نیروگاه}} = \frac{216 \times 10^4}{36 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^6 \text{ J} = 6 \text{ MJ}$$

گام سوم: انرژی تولید شده در نیروگاه را به دست می آوریم.  $30 \text{ MJ}$  انرژی گرمایی تولید می شود؛ بنابراین برای تولید  $6 \text{ MJ}$ ، به اندازه  $0.2 \text{ L}$  لیتر گازوئیل باید بسوزد.

## تست و پاسخ ۱۶

اگر تندی یک جسم  $10 \text{ km/h}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد تغییر می‌کند. تندی نهایی جسم، چند کیلومتر بر ساعت خواهد بود؟

چون تندی زیاد شده است، پس انرژی جنبشی هم زیاد می‌شود.

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** کافی است از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به صورت نسبتی استفاده کنید.

**درس نامه** انرژی جنبشی جسمی با جرم  $m$  که با تندی  $v$  در حال حرکت است، از رابطه مقابل به دست می‌آید.

جرم جسم (kg)  $\rightarrow$  تندی جسم (m/s)  $\rightarrow$  انرژی جنبشی (J)

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** چون تندی جسم افزایش یافته، پس انرژی جنبشی آن نیز افزایش می‌یابد، یعنی:

$$K_2 = K_1 + \frac{44}{100} K_1 = 1.44 K_1$$

**گام دوم:** حال از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم (دقت کنید که در نسبت‌گیری، فقط کافیه واحدها یکسان باشه):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_2}{K_1} = 1.44} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1.44} = 1.2 \Rightarrow v_2 = 1.2 v_1 = 1.2 \times 10 = 12 \text{ km/h}$$

$$v_2 = v_1 + 10 \xrightarrow{v_1 = 10 \text{ km/h}} v_2 = 10 + 10 = 20 \text{ km/h}$$

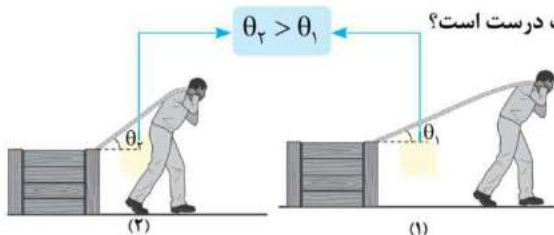
**گام سوم:** بنابراین تندی نهایی جسم برابر است با:

**حواستون باشه** در سؤال‌های نسبتی، در سطح کنکور و کتاب درسی، تنها کمیتی که اگر یکای آن یکسان هم باشد ولی باید تبدیل واحد کنیم، دمای مطلق (T) است که باید کلین باشد.

## تست و پاسخ ۱۷

مطابق شکل‌های زیر، شخصی در حالت اول با طنابی بلند (شکل ۱) و در حالت دوم با طنابی کوتاه‌تر (شکل ۲) جعبه‌ای را روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون با نیروی ثابت می‌کشد. اگر جابه‌جایی جعبه و کاری که شخص روی جعبه انجام می‌دهد در دو حالت یکسان باشد، کدام

مقایسه درباره اندازه نیروی شخص (F) و تندی نهایی جعبه (v) در دو حالت درست است؟



$$v_2 = v_1, F_2 < F_1 \quad (۱)$$

$$v_2 = v_1, F_2 > F_1 \quad (۲)$$

$$v_2 < v_1, F_2 < F_1 \quad (۳)$$

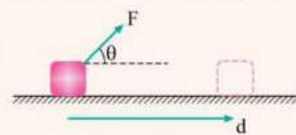
$$v_2 < v_1, F_2 > F_1 \quad (۴)$$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از رابطه  $W = Fd \cos \theta$ ، مقدار  $F_1$  و  $F_2$  را با هم مقایسه کنید و همچنین با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه در دو حالت را با هم مقایسه کنید.



**درس نامه ۹۹** به شکل زیر نگاه کنید. اگر به جسم نیروی  $F$  را وارد کنیم و جسم به اندازه  $d$  بر روی سطح جابه‌جا شود، آن‌گاه کاری که نیروی  $F$  انجام می‌دهد از رابطه زیر به دست می‌آید:



جابه‌جایی (m)  
زاویه بین نیروی  $F$  و جابه‌جایی  $d$   
 $W_F = Fd \cos \theta$   
نیرو (N) کار نیروی  $F$  (J)

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

**۲ کار کل:** به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم:

کار کل (J)

$$W_t = \Delta K \rightarrow \text{تغییرات انرژی جنبشی (J)}$$

**۳ قضیه کار - انرژی جنبشی:** کار کل (کار نیروی خالص) با تغییرات انرژی جنبشی برابر است.

**۴ درس‌نامه سؤال ۹۶ را بخوانید.**

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** کاری که شخص بر روی جعبه در هر دو حالت انجام می‌دهد، برابر است؛ بنابراین با استفاده از رابطه  $W = Fd \cos \theta$

می‌توانیم بنویسیم:

$$W_1 = W_2 \xrightarrow{W = Fd \cos \theta} F_1 d_1 \cos \theta_1 = F_2 d_2 \cos \theta_2 \xrightarrow{d_1 = d_2} F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2$$

طول طناب در حالت دوم کوتاه‌تر از طول طناب در حالت اول است و با توجه به شکل، زاویه بین نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند و جابه‌جایی آن در حالت دوم بزرگ‌تر از حالت اول است؛ پس داریم:

$$\begin{cases} 90^\circ > \theta_2 > \theta_1 \Rightarrow \cos \theta_2 < \cos \theta_1 \\ F_1 \cos \theta_1 = F_2 \cos \theta_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \xrightarrow{\cos \theta_1 > \cos \theta_2} \frac{F_2}{F_1} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

تا این‌جا ۱ و ۲ پُر!

**گام دوم:** در هر دو حالت، دو نیروی وزن ( $mg$ ) و عمودی تکیه‌گاه ( $F_N$ ) هر دو بر راستای جابه‌جایی جعبه عمود هستند، پس کار حاصل از این

دو نیرو برابر با صفر است؛ بنابراین کار کل وارد بر جعبه در هر دو حالت برابر با کار نیروی شخص است، زیرا:  $W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_F$

در آخر با توجه به این‌که  $W_{F_1} = W_{F_2}$  است و با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{t_1} = W_{t_2} \xrightarrow{W_t = \Delta K} \Delta K_1 = \Delta K_2 \Rightarrow K_{1B} - K_{1A} = K_{2B} - K_{2A} \xrightarrow{K_{1A} = K_{2A} = 0} K_{1B} = K_{2B}$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_{1B}^2 = \frac{1}{2}mv_{2B}^2 \Rightarrow v_{1B}^2 = v_{2B}^2 \Rightarrow v_{1B} = v_{2B}$$

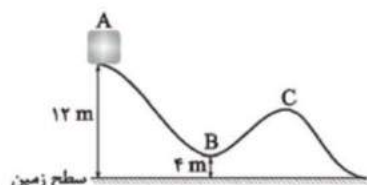
$$K_{1A} = K_{2A} = 0$$

دقت کنید چون جعبه از حال سکون شروع به حرکت کرده است، پس:

## تست و پاسخ ۱۸

جسمی روی سطح بدون اصطکاکی مطابق شکل زیر، از نقطه A با تندی  $4 \text{ m/s}$  پرتاب می‌شود و با تندی  $10 \text{ m/s}$  از نقطه C عبور می‌کند.

ارتفاع نقطه C از سطح زمین چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



$$7/8 \text{ (۲)}$$

$$7 \text{ (۱)}$$

$$6/2 \text{ (۴)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$

**پاسخ: گزینه ۲**

**مشاوره** سبک این سؤال، از پرتکرارترین سبک‌های مربوط به سؤال‌های انرژی مکانیکی است؛ پس با دقت این سؤال را تحلیل و

بررسی کنید.

**خودت حل کنی بهتره** پایستگی انرژی مکانیکی را فقط برای نقاط A و C بنویسید.



**درس نامه ۹۶ (۱)** به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم. اگر از نیروهای تلف‌کننده انرژی، مانند نیروی مقاومت هوا یا نیروی اصطکاک صرف نظر کنیم و نیروهای وارد بر جسم پایستار باشند، انرژی مکانیکی جسم ثابت می‌ماند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

**(۲)** انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم  $m$  در ارتفاع  $h$  نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = mgh \rightarrow \begin{matrix} \text{جرم (kg)} \\ \text{ارتفاع (m)} \end{matrix}$$

شتاب گرانش  $(\text{m/s}^2)$       انرژی پتانسیل گرانشی  $(\text{J})$

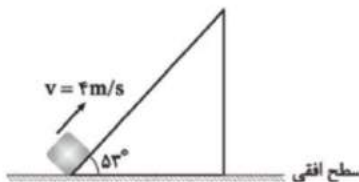
**(۳)** درس نامه سؤال ۹۶ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** هم‌چنین برای دو نقطه A و C با توجه به ثابت بودن انرژی مکانیکی جسم می‌توانیم بنویسیم:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \xrightarrow{+m} \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

$$\xrightarrow{\substack{v_A = 4 \text{ m/s}, h_A = 12 \text{ m} \\ v_C = 10 \text{ m/s}}} \frac{1}{2} \times 16 + 10 \times 12 = \frac{1}{2} \times 100 + 10 \times h_C \Rightarrow h_C = 7/8 \text{ m}$$

### تست و پاسخ ۱۹



مطابق شکل روبه‌رو، جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  از پایین سطح شیب‌دار بدون اصطکاک با تندی  $4 \text{ m/s}$  به سمت بالا پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی جسم پس از طی مسافت  $6 \text{ m}$  به چند ژول می‌رسد؟ (سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.  $\cos 53^\circ = 0/6$ ,  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۸ / ۸ (۴)

۹ / ۶ (۳)

۶ / ۴ (۲)

۷ / ۲ (۱)

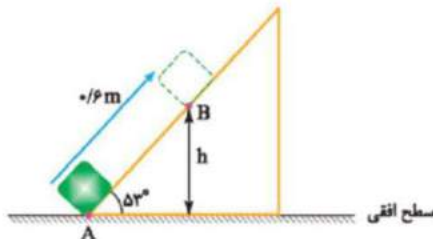
### پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه دوم را با استفاده از رابطه  $U = mgh$  به دست آورید؛ سپس با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در نقطه دوم را محاسبه کنید.

**درس نامه ۹۶ (۱)** درس نامه سؤال ۹۶ را بخوانید.

**(۲)** درس‌نامه‌های ۱ و ۲ سؤال ۹۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا ارتفاع جسم در نقطه B را به دست می‌آوریم:



$$\sin 53^\circ = \frac{h}{6/6} \xrightarrow{\sin 53^\circ = 4/5} h = 0/8 \times 0/6 = 0/48 \text{ m}$$

**گام دوم:** برای محاسبه انرژی جنبشی جسم در نقطه B، با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = K_B + mgh_B \xrightarrow{\substack{m=2 \text{ kg}, v_A=4 \text{ m/s} \\ g=10 \text{ m/s}^2, h=0/48 \text{ m}}} \frac{1}{2}(2)(4)^2 = K_B + 2(10)(0/48) \Rightarrow K_B = 6/4 \text{ J}$$

## تست و پاسخ ۲۰

مطابق شکل زیر به یک جعبه ساکن، نیروی افقی  $F = 45 \text{ N}$  اثر می‌کند و پس از  $12 \text{ m}$  جابه‌جایی، تندی جسم به  $6 \text{ m/s}$  می‌رسد. در این جابه‌جایی چند ژول از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی جسم و محیط تبدیل شده است؟

منظور همان کار نیروی اصطکاک است.

$$F = 45 \text{ N} \quad m = 25 \text{ kg}$$

۴۵۰ (۲)

۴۵ (۴)

۴۵۰ (۱)

۹۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** فریب انرژی درونی جسم و محیط را نخورید! همان کار نیروی اصطکاک است.

**خودت حل کنی بهتره** کافی است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنید و کار نیروی اصطکاک را به دست آورید.

**درس‌نامه** ۱) کار کل: به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم:  $W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$   
 ۲) درس‌نامه ۲ سؤال ۹۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** در طی جابه‌جایی جسم، مقداری از انرژی مکانیکی آن توسط نیروهای اتلافی (مانند نیروی اصطکاک، نیروی مقاومت هوا و ...) به انرژی درونی جسم و محیط تبدیل می‌شود؛ بنابراین برای محاسبه مقدار انرژی تبدیل‌شده به انرژی درونی جسم و محیط، با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)} 45 \times 12 \times \cos 0^\circ + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 25 \times (36 - 0)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = 450 - 540 \Rightarrow W_{f_k} = -90 \text{ J}$$

## تست و پاسخ ۲۱

جسمی به جرم  $40 \text{ kg}$  از ارتفاع  $200$  متری سطح زمین با تندی  $5 \text{ m/s}$  پرتاب می‌شود. اگر تندی جسم در لحظه برخورد به زمین  $15 \text{ m/s}$  باشد، کار انجام‌شده روی جسم توسط نیروی مقاومت هوا، از لحظه رهاشدن تا لحظه رسیدن آن به زمین چند کیلوژول است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

-۷۶ / ۵ (۴)

-۷۵ (۳)

-۷۵ / ۵ (۲)

-۷۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** اختلاف انرژی مکانیکی جسم در لحظه برخورد به زمین و لحظه پرتاب را محاسبه کنید.

**درس‌نامه** انرژی مکانیکی یک جسم، پس از مدتی توسط نیروهای اتلافی (مانند نیروی اصطکاک) کم می‌شود. اختلاف انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و انتهای مسیر حرکت جسم، برابر با کار نیروی اصطکاک است.

$$W_f = E_f - E_i$$

**پاسخ تشریحی** ارتفاع اولیه جسم  $200 \text{ m}$  و تندی اولیه آن برابر  $5 \text{ m/s}$  است؛ بنابراین انرژی مکانیکی آن در لحظه رهاشدن برابر است با:

$$E_i = K_i + U_i \xrightarrow{K_i = \frac{1}{2} m v_i^2, U_i = m g h_i} E_i = \frac{1}{2} \times 40 \times 25 + 40 \times 10 \times 200 \Rightarrow E_i = 500 + 80000 = 80500 \text{ J}$$

هم‌چنین برای محاسبه انرژی مکانیکی جسم در لحظه برخورد به سطح زمین داریم:

$$E_f = K_f + U_f \xrightarrow{K_f = \frac{1}{2} m v_f^2, U_f = m g h_f} E_f = \frac{1}{2} \times 40 \times 225 + 40 \times 10 \times 0 \Rightarrow E_f = 4500 \text{ J}$$

حالا برای محاسبه کار نیروی اصطکاک بر روی جسم در طی این مسیر، کافی است اختلاف انرژی مکانیکی در لحظه برخورد به زمین و لحظه رهاشدن را به دست آوریم:

$$W_f = E_f - E_i \xrightarrow{E_i = 80500 \text{ J}, E_f = 4500 \text{ J}} W_f = -76000 \text{ J} \quad \text{یا} \quad W_f = -76 \text{ kJ}$$



## تست و پاسخ ۲۲

گلوله‌ای را با تندی  $20 \text{ m/s}$  در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. این گلوله با تندی  $18 \text{ m/s}$  به محل پرتاب بازمی‌گردد. با فرض برابر بودن کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و مسیر برگشت، حداکثر ارتفاعی که گلوله نسبت به محل پرتاب بالا می‌رود، چند متر است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

$$31/2 \text{ (۴)}$$

$$15/6 \text{ (۳)}$$

$$18/1 \text{ (۲)}$$

$$36/2 \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** قضیه کار - انرژی جنبشی را برای هر دو حالت بنویسید و با هم مقایسه کنید.

**درس‌نامه** ۱ کار کل: به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم:  $W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$

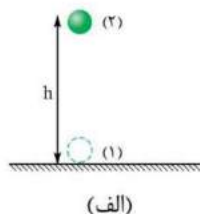
۲ کار نیروی وزن: از مرکز کره زمین بر جسم، نیروی وزن ( $mg$ ) وارد می‌شود. اگر جسم به اندازه  $h$  در راستای قائم جابه‌جا شود، آن‌گاه کار نیروی وزن از رابطه زیر به دست می‌آید:

شتاب جاذبه زمین  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  و جابه‌جایی در راستای قائم ( $m$ )  $W_{mg} = \pm mgh \rightarrow$  جرم جسم ( $kg$ ) حرکت در جهت پایین حرکت در جهت بالا کار نیروی وزن ( $J$ )

۳ درس‌نامه ۲ سؤال ۹۸ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: قضیه کار - انرژی جنبشی را برای وقتی که گلوله از حالت (۱) به حالت (۲) می‌رود

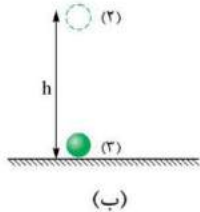
(هنگام بالا رفتن) می‌نویسیم (شکل «الف»):



$$\begin{cases} W_t = W_{mg} + W_{fD} \\ W_t = \Delta K = K_f - K_i \end{cases} \xrightarrow{K_f=0, W_{mg}=-mgh; W_{fD}=-f_D h, K_i=\frac{1}{2}mv_i^2} -mgh - f_D h = -\frac{1}{2}mv_i^2 \quad (1)$$

گام دوم: هم‌چنین، قضیه کار - انرژی جنبشی را برای وقتی که گلوله از حالت (۲) به حالت (۳) می‌رسد (هنگام

پایین آمدن) می‌نویسیم (شکل «ب»):



$$\begin{cases} W_t = W_{mg} + W_{fD} \\ W_t = \Delta K = K_f - K_i \end{cases} \xrightarrow{K_f=0, W_{mg}=mgh; K_i=\frac{1}{2}mv_f^2, W_{fD}=-f_D h} mgh - f_D h = \frac{1}{2}mv_f^2 \quad (2)$$

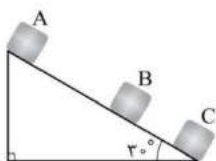
گام سوم: حالا رابطه (۲) را از رابطه (۱) کم می‌کنیم تا بتوانیم حداکثر ارتفاعی که گلوله بالا می‌رود ( $h$ ) را به دست آوریم.

$$2mgh = \frac{1}{2}m(v_f^2 + v_i^2) \xrightarrow{v_i=20 \text{ m/s}, v_f=18 \text{ m/s}; g=10 \text{ m/s}^2} 2 \times 10 \times h = \frac{1}{2}(324 + 400)$$

$$\Rightarrow h = \frac{324}{40} \Rightarrow h = 8.1 \text{ m}$$

## تست و پاسخ ۲۳

جسمی را مطابق شکل روبه‌رو، روی سطح شیب‌داری از نقطه A رها می‌کنیم. اگر مسافت طی شده روی سطح شیب‌دار در قسمت AB، دو برابر قسمت BC و تندی جسم در نقطه B،  $4 \text{ m/s}$  باشد، تندی جسم در نقطه C چند متر بر ثانیه است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی برای تمام سطح یکسان است.)



$$6 \text{ (۲)}$$

$$2\sqrt{6} \text{ (۴)}$$

$$2\sqrt{2} \text{ (۱)}$$

$$6\sqrt{2} \text{ (۳)}$$

## پاسخ: گزینه ۴

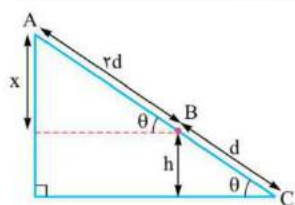
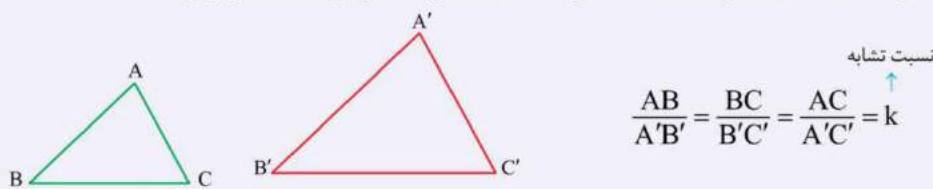
**مشاوره** حتماً تشابه مثلث‌ها را بلد باشید، چون اگر بلد نباشید، سؤال‌های زیادی را از دست می‌دهید.



**خودت حل کنی بهتره** ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، ارتفاع جسم در حرکت از A تا B و نیز از A تا C را به دست آورید، سپس کار نیروی اصطکاک را در این مسیرها به دست آورده و با یکدیگر مقایسه کنید.

**درس نامه** درس‌نامه سؤال ۱۰۱ را بخوانید.

**یادآوری** اگر دو مثلث ABC و A'B'C' با یکدیگر متشابه باشند، آن‌گاه نسبت اضلاع متناظر آن‌ها با یکدیگر برابر است.



**پاسخ تشریحی** **گام اول**، ابتدا با توجه به شکل مقابل و با استفاده از تشابه مثلث‌ها، ارتفاعی که جسم از نقطه A تا نقطه B و از نقطه B تا نقطه C طی می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\frac{x}{h} = \frac{r_d}{d} \Rightarrow x = \frac{r_d}{d} h$$

**گام دوم**، حال کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم در حرکت از A تا B و از A تا C را می‌نویسیم:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A) \xrightarrow{K_A=0, W_f=-f(r_d), U_A=mg(rh), U_B=mgh} -f r_d = K_B - mgh \quad (1)$$

$$W'_f = E_C - E_A \Rightarrow W'_f = (K_C + U_C) - (K_A + U_A) \xrightarrow{K_A=0, U_A=mg(rh), U_C=0, W'_f=-f(rd)} -f r_d = K_C - mgh \quad (2)$$

**گام سوم**، در آخر، به کمک رابطه (۱) و (۲)، نسبت  $K_B$  به  $K_C$  را به دست می‌آوریم تا بتوانیم تندی جسم در نقطه C را به دست بیاوریم.

$$\frac{K_C}{K_B} = \frac{r(mgh - fd)}{r(mgh - fd)} \xrightarrow{K_C = \frac{1}{2}mv_C^2, K_B = \frac{1}{2}mv_B^2} \left(\frac{v_C}{v_B}\right)^2 = \frac{r}{r} \xrightarrow{v_B = \frac{r}{4} \text{ m/s}} \frac{v_C}{\frac{r}{4}} = \sqrt{\frac{r}{r}} \Rightarrow v_C = 2\sqrt{6} \text{ m/s}$$

**تکنیک** به جسم سه نیروی ثابت یعنی وزن، اصطکاک و عمودی سطح وارد می‌شود؛ پس می‌توانیم بگوییم که نیروی خالص ( $F_{net}$ ) در طول مسیر ثابت می‌ماند و می‌توانیم در رابطه  $F_{net} \cdot W_t = F_{net} d$  را بدون محاسبه مقدار ثابت در نظر بگیریم. با توجه به قضیه کار، انرژی مکانیکی می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta K = W_t \xrightarrow{W_t = F_{net}} \frac{K_C - K_A}{K_B - K_A} = \frac{F_{net} \times AC}{F_{net} \times AB} \xrightarrow{K_A=0, AC=r_d, AB=r_d} \frac{K_C}{K_B} = \frac{r_d}{r_d}$$

$$\frac{\frac{1}{2}mv_C^2}{\frac{1}{2}mv_B^2} = \frac{r_d}{r_d} \xrightarrow{v_B = \frac{r}{4} \text{ m/s}} \left(\frac{v_C}{\frac{r}{4}}\right)^2 = \frac{r}{r} \Rightarrow v_C^2 = r^2 \Rightarrow v_C = r \text{ m/s}$$

## تست و پاسخ ۲۴

تندی خودرویی به جرم ۹۰۰ kg در مسیری افقی و در مدت ۳ s از ۵۴ km/h به ۹۰ km/h می‌رسد. در این مدت، توان متوسط موتور این خودرو حداقل چند اسب بخار است؟ (۱ hp = ۷۵۰ W)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)

**پاسخ: گزینه ۴**

**خودت حل کنی بهتره** کافی است از رابطه  $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$  استفاده کنید و در آخر با یک تناسب ساده، توان متوسط را بر حسب اسب بخار به دست آورید.

**درس نامه** به آهنگ انجام کار، توان می‌گوییم. به عبارت دیگر، هنگامی که کار  $W$  در بازه زمانی  $\Delta t$  انجام می‌شود، کار انجام شده در واحد زمان یا توان متوسط، به صورت مقابل تعریف می‌شود:

توان متوسط ( $W$  یا  $J/s$ )  
 $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$  کار ( $J$ )  
 زمان ( $s$ )

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا کاری را که خودرو در این مدت انجام می‌دهد، با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow[m=900 \text{ kg}, v_i=\frac{54}{3.6}=15 \text{ m/s}]{v_f=\frac{90}{3.6}=25 \text{ m/s}} W_t = \frac{1}{2} \times 900 \times (25^2 - 15^2) \Rightarrow W_t = 18 \times 10^4 \text{ J}$$

**گام دوم:** حالا توان متوسط خودرو را محاسبه می‌کنیم. از آنجا که حداقل توان خودرو خواسته شده است، از نیروهای اتلافی صرف نظر می‌کنیم.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \xrightarrow[W=W_t=18 \times 10^4 \text{ J}]{\Delta t=3 \text{ s}} P_{av} = \frac{18 \times 10^4}{3} = 6 \times 10^4 \text{ W}$$

**گام سوم:** در آخر برای محاسبه توان خودرو بر حسب اسب بخار (hp) از تناسب ساده استفاده می‌کنیم.

اسب بخار	وات
۱	۷۵۰
$P_{av}$	$6 \times 10^4$

$$P_{av} = \frac{6 \times 10^4}{750} = 80 \text{ hp}$$

## تست و پاسخ ۲۵

یک پمپ آب در هر دقیقه،  $600 \text{ kg}$  آب را از چاهی به عمق  $12 \text{ m}$  به سطح زمین آورده و آن را با تندی  $4 \text{ m/s}$  پرتاب می‌کند. توان خروجی این پمپ چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

$$1/2 (4)$$

$$1/28 (3)$$

$$12 (2)$$

$$12/8 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

**درس نامه** درس نامه سؤال ۱۰۴ را بخوانید.

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** مقدار انرژی‌ای که این پمپ مصرف می‌کند تا آب را از عمق چاهی به بالا بیاورد و آن را پرتاب کند، برابر با مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی است؛ بنابراین داریم:

$$E = mgh + \frac{1}{2} mv^2 \xrightarrow[h=12 \text{ m}, v=4 \text{ m/s}]{m=600 \text{ kg}, g=10 \text{ m/s}^2} E = 600 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 600 \times 16 \Rightarrow E = 76800 \text{ J}$$

**گام دوم:** برای محاسبه توان خروجی این پمپ، با استفاده از رابطه  $P = \frac{E}{t}$  داریم:

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow[E=76800 \text{ J}]{t=60 \text{ s}} P = \frac{76800}{60} = 1280 \text{ W} \quad \text{یا} \quad P = 1/28 \text{ kW}$$

آزمون‌های سراسر  
کاج



۳ ۱ در هر یک از جابه‌جایی‌ها، کار نیروی  $\vec{F}$  را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

اگر جسم  $۱۰$  متر در جهت محور  $x$  جابه‌جا شود:

در این حالت مؤلفه  $\vec{J}$  نیرو بر جابه‌جایی عمود است و کار آن صفر است، بنابراین فقط مؤلفه  $\vec{I}$  نیرو اهمیت دارد، بنابراین:

$$W_1 = F_x d = 10 \times 10 = 100 \text{ J}$$

اگر جسم  $۱۵$  متر در خلاف جهت محور  $y$  جابه‌جا شود:

در این حالت مؤلفه  $\vec{I}$  نیرو بر جابه‌جایی عمود است و کار آن صفر است، بنابراین فقط مؤلفه  $\vec{J}$  نیرو اهمیت دارد. دقت کنید که چون جابه‌جایی در خلاف جهت محور  $y$  و مؤلفه  $\vec{J}$  نیرو در جهت محور  $y$  است، کار نیرو در این حالت منفی خواهد بود، بنابراین:

$$W_2 = -F_y d = -20 \times 15 = -300 \text{ J}$$

۳ ۲ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = K_2 - K_1$$

از آن‌جا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است ( $\Delta K = 0$ )، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = -W_{\text{وزن}}$$

$$\frac{W_{\text{وزن}}}{\text{وزن}} = -mg(h_2 - h_1) \Rightarrow W_{\text{دست}} = mg(h_2 - h_1)$$

۳ ۳ ابتدا با توجه به شکل مقابل،

ارتفاع نقطه  $C$  را نسبت به نقطه  $B$  به دست می‌آوریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{r} \Rightarrow x = 1 \text{ m}$$

$$h_C = r + x = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

در ادامه برای مقایسه کار نیروی وزن در جابه‌جایی از  $A$  تا  $B$  و جابه‌جایی از  $B$  تا  $C$  به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$W_{mg} = -mg\Delta h \Rightarrow \frac{W_{AB}}{W_{BC}} = \frac{\Delta h_{AB}}{\Delta h_{BC}} = \frac{-6}{3} = -2$$

**دقت کنید:** چون در جابه‌جایی از  $A$  تا  $B$  جسم پایین آمده، کار نیروی وزن در این جابه‌جایی، مثبت است و در جابه‌جایی از  $B$  تا  $C$ ، چون جسم بالا رفته، کار نیروی وزن، منفی است، بنابراین نسبت کار نیروی وزن در این دو جابه‌جایی حتماً منفی خواهد بود.

۴ ۴ جرم جسم  $۲۰\%$  کم شده و تندی آن  $۲۰\%$  افزایش یافته است،

بنابراین داریم:

$$m_2 = m_1 - \frac{20}{100} m_1 = \frac{80}{100} m_1 = \frac{4}{5} m_1$$

$$v_2 = v_1 + \frac{20}{100} v_1 = \frac{120}{100} v_1 = \frac{6}{5} v_1$$

در ادامه برای مقایسه انرژی جنبشی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{4}{5} \times \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{144}{125}$$

بنابراین درصد تغییرات انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{144}{125} K_1 - K_1}{K_1} \times 100 = 15.2\%$$

بنابراین انرژی جنبشی جسم  $۱۵.۲$  درصد افزایش یافته است.

۳ ۵ این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

**گام اول:** محاسبه شتاب گلوله:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-10}{10 \times 10^{-3}} = -1000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**گام دوم:** محاسبه تندی حرکت گلوله هنگام خروج از تنه درخت:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow -1000 = \frac{v_2 - 200}{20 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow v_2 - 200 = -20 \Rightarrow v_2 = 180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**گام سوم:** محاسبه کار برابند نیروهای وارد بر گلوله:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} \times (180^2 - 200^2) = -38 \text{ J}$$

۳ ۶ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

**گام اول:** محاسبه تندی اولیه جسم:

$$\vec{v}_1 = 9\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**گام دوم:** محاسبه تندی نهایی جسم با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -50 = \frac{1}{2} \times 4 \times (v_2^2 - 15^2)$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 225 = -25 \Rightarrow v_2^2 = 200 \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**گام سوم:** در بین گزینه‌ها، برداری می‌تواند سرعت نهایی جسم باشد که اندازه آن برابر  $10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد که فقط گزینه (۳) این ویژگی را دارد.

$$\vec{v}_2 = 10\vec{i} + 10\vec{j} \Rightarrow v_2 = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳ ۷ ابتدا انرژی مکانیکی گلوله در نقطه  $A$  را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} U_A = mgh_A = m \times 10 \times 40 = 400 \text{ m} \\ K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \times m \times 20^2 = 200 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow E = U_A + K_A = 600 \text{ m}$$

مطابق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی گلوله در همه نقاط مسیر برابر  $600 \text{ m}$  خواهد بود، بنابراین در نقطه اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) می‌توان نوشت:

$$E = U_{\text{اوج}} = mgh_{\text{اوج}} \Rightarrow 600 \text{ m} = 10 \times m \times h_{\text{اوج}} \Rightarrow h_{\text{اوج}} = 60 \text{ m}$$

۱۰ ۳ با سقوط وزنه  $m_1$ ، انرژی پتانسیل گرانشی آن به انرژی

جنبشی مجموع دو وزنه تبدیل می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_1 g h_1 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \Rightarrow m_1 \times 10 \times 0.8 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \times 2^2$$

$$\Rightarrow 8 m_1 = 2 m_1 + 2 m_2 \Rightarrow 6 m_1 = 2 m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

**دقت کنید:** چون هر دو وزنه با یک طناب به هم متصل هستند، بنابراین تندی حرکت آن‌ها با هم برابر است.

۱۱ ۱ با توجه به وجود مقاومت هوا، در طول مسیر رفت و برگشت،

بخشی از انرژی گلوله تلف می‌شود و در نتیجه در مسیر برگشت، گلوله کمی پایین‌تر از وضعیت رها شده قرار می‌گیرد و به صورت شخص برخورد نخواهد کرد، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۱۲ ۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی

اتاقک بالابر (شامل کار نیروی وزن و کار نیروی موتور بالابر) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow -mg(h_2 - h_1) + W_{\text{موتور}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = mg(h_2 - h_1) = 500 \times 10 \times (6 - 0) = 30000 \text{ J}$$

در محاسبه بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین (طبقه همکف) در نظر گرفته‌ایم. با توجه به رابطه توان، توان متوسط موتور بالابر برابر است با:

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{30000 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 3000 \text{ W} = 4 \text{ hp}$$

همچنین در نقطه B، ۲۵ درصد انرژی مکانیکی به صورت انرژی جنبشی و ۷۵ درصد به صورت انرژی پتانسیل است، بنابراین داریم:

$$U_B = \frac{75}{100} \times 600 \text{ J} = 450 \text{ J}$$

$$U_B = mgh_B \Rightarrow m \times 10 \times h_B = 450 \text{ J} \Rightarrow h_B = 4.5 \text{ m}$$

$$\frac{h_B}{h_{\text{اوج}}} = \frac{4.5}{6.0} = \frac{3}{4}$$

**دقت کنید:** در نقطه اوج، تندی گلوله صفر است، بنابراین انرژی جنبشی گلوله در این نقطه صفر است.

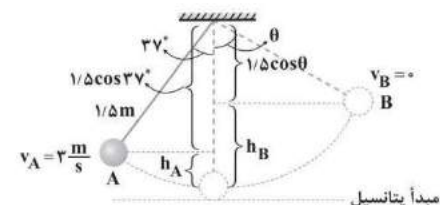
۸ ۱ با نوشتن پایستگی انرژی

مکانیکی یک‌بار بین نقطه A و بالاترین نقطه مسیر و یک‌بار بین نقطه B و بالاترین نقطه مسیر، می‌توان تندی حرکت جسم را در نقاط A و B محاسبه کرد:

$$\begin{cases} E_C = E_A \Rightarrow mgh = mg\frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{gh} \\ E_C = E_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۹ ۴ مطابق شکل، هنگامی که گلوله آونگ به بیشترین انحراف از وضع قائم می‌رسد، تندی آن صفر است. در این حالت با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$h_A = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cos 37^\circ = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{25} \text{ m}$$

$$h_B = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \cos \theta = \frac{1}{5} (1 - \cos \theta)$$

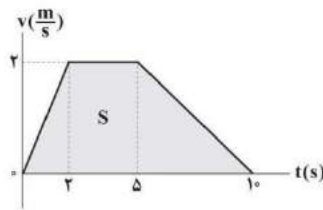
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

$$\Rightarrow 10 \times \frac{1}{25} + \frac{1}{2} \times 2^2 = 10 \times \frac{1}{5} (1 - \cos \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5} = 10 (1 - \cos \theta) \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$





$$\Delta x = S = \frac{10+2}{2} \times 2 = 12 \text{ m}$$

گام دوم: محاسبه کار نیروی عمودی تکیه‌گاه با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K_f = K_i = 0} W_t = 0$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{F_N} = 0 \Rightarrow -mgh + W_{F_N} = 0$$

$$\Rightarrow -30 \times 10 \times 12 + W_{F_N} = 0 \Rightarrow W_{F_N} = 3600 \text{ J}$$

گام اول: انرژی مکانیکی جسم را در نقاط A و B محاسبه می‌کنیم:

$$E_A = mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 2 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2 \times 12^2 = 344 \text{ J}$$

$$E_B = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 18^2 = 324 \text{ J}$$

گام دوم: اختلاف انرژی مکانیکی نهایی و اولیه جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است، بنابراین داریم:

$$W_{f_k} = E_B - E_A = 324 - 344 = -20 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow -20 = -f_k \times 20 \Rightarrow f_k = 1 \text{ N}$$

دقت کنید: با توجه به تعریف سینوس، طول مسیر حرکت برابر با ۲۰ متر است.

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{d} \Rightarrow d = 20 \text{ m}$$

مسیر حرکت گلوله به صورت زیر است و با توجه به اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_f = E_i \Rightarrow U_f + K_f = U_i + K_i \Rightarrow mgh_f = mgh_i \Rightarrow h_f = h_i$$

در ادامه به سادگی می‌توان فهمید نقاط (۱)، (۲) و O' در یک راستا قرار دارند و فاصله OO' برابر است با:

$$OO' = L \cos 60^\circ = 0.6 \times \frac{1}{2} = 0.3 \text{ m}$$

با توجه به آن‌که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، مطابق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی آن صفر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{f_k}$$

بنابراین کار نیروی وزن، قرینه کار نیروی اصطکاک است و گزینه (۱) صحیح

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{f_k}$$

با توجه به آن‌که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، مطابق

قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی آن صفر است، بنابراین

می‌توان نوشت:

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{f_k}$$

بنابراین کار نیروی وزن، قرینه کار نیروی اصطکاک است و گزینه (۱) صحیح

تندی حرکت جسم در هر ثانیه  $\frac{m}{s}$  ۲ کم می‌شود، پس در

پایان ثانیه اول، تندی حرکت جسم به  $\frac{m}{s}$  ۸ و در پایان ثانیه دوم، تندی

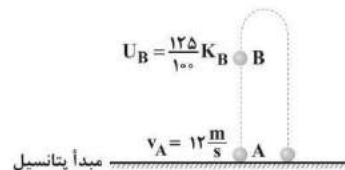
حرکت آن به  $\frac{m}{s}$  ۶ می‌رسد. در ادامه با محاسبه تغییر انرژی مکانیکی

جسم، کار نیروی اصطکاک به دست می‌آید.

$$W_{f_k} = E_f - E_i = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 4 \times (6^2 - 8^2) = -56 \text{ J}$$

شکل زیر، مسیر حرکت گلوله را نشان می‌دهد. با استفاده از

پایستگی انرژی مکانیکی بین نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\xrightarrow{U_B = \frac{1}{2}mv_B^2} K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = K_B + mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh \Rightarrow v_A^2 = v_B^2 + 2gh \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 + 2gh}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{v_B^2 + 2 \times 10 \times 1.25} \Rightarrow v_B = 8 \frac{m}{s}$$

برای مقایسه توان دو بالابر می‌توان نوشت:

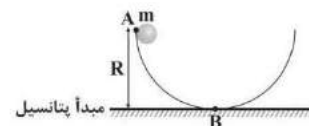
$$P = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{h_A}{h_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{15}{10} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = 37.5 \text{ s}$$

نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، نیروهای مقاوم (اتلافی) در

برابر حرکت هستند. اختلاف انرژی مکانیکی در دو نقطه A و B برابر کار

نیروهای اتلافی در حرکت از نقطه A تا نقطه B است، بنابراین داریم:



$$W_f = E_B - E_A = \left( \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \right) - \left( 0 + mgh \right)$$

$$\Rightarrow W_f = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = 2m - 10mR$$

از طرفی کار نیروی وزن در این جابه‌جایی برابر است با:

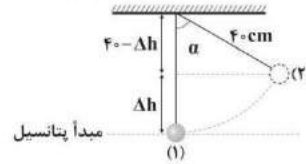
$$W_{mg} = mg\Delta h = m \times 10 \times R = 10mR$$

$$\frac{W_f}{W_{mg}} = \frac{2m - 10mR}{10mR} = -\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2 - 10R}{10R} = -\frac{3}{5} \Rightarrow R = 0.5 \text{ m}$$



۲۱ ۳ هنگامی که کامیون با تندی ثابت  $\frac{2}{3} \frac{m}{s}$  به سمت راست حرکت

می‌کند، گلولهٔ آونگ نیز به همراه آن با همین مقدار تندی به سمت راست حرکت می‌کند. هنگامی که کامیون می‌ایستد، آونگ هم‌چنان تندی خود را حفظ کرده و مطابق شکل زیر به سمت راست منحرف می‌شود. آونگ حداکثر تا نقطه‌ای بالا می‌آید که تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل شود. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی برای آونگ می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

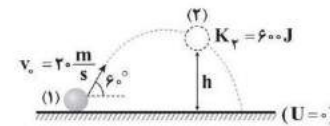
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mg\Delta h \xrightarrow{v = \frac{2}{3} \frac{m}{s}} \frac{1}{2} \times 2^2 = 10 \times \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

برای محاسبهٔ زاویهٔ  $\alpha$  مطابق شکل بالا داریم:

$$\cos \alpha = \frac{40 - \Delta h}{40} = \frac{40 - 20}{40} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۲۲ ۱ مقاومت هوا ناچیز است، بنابراین با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + 600 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (20)^2 = 2 \times 10 \times h + 600$$

$$\Rightarrow 400 - 600 = 20h \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

۲۳ ۱ طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، می‌دانیم که کار کل نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است. از طرفی در این سؤال فقط نیروی  $\vec{F}$  بر جسم وارد می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

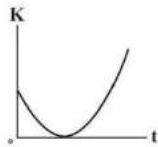
$$\Delta K = W_F \xrightarrow{\Delta K = 40 \text{ J}} 40 = F \Delta s \cos \alpha \Rightarrow F \cos \alpha = 8$$

چون مقدار  $\cos \alpha$  همواره کوچک‌تر از یک و یا برابر یک است، اندازهٔ نیروی  $\vec{F}$  باید حتماً بزرگ‌تر یا مساوی ۸ N باشد تا  $F \cos \alpha = 8$  شود، یعنی داریم:

$$F \cos \alpha = 8 \xrightarrow{|\cos \alpha| \leq 1} F \geq 8 \text{ N}$$

بنابراین اندازهٔ نیروی  $\vec{F}$  نمی‌تواند برابر ۶ نیوتون باشد و گزینهٔ (۱) پاسخ این سؤال است.

۲۴ ۲ با توجه به این‌که  $F_1 > F_2$  است،



برایند نیروها به سمت چپ است و حرکت متحرک ابتدا کندشونده بوده، سپس تغییر جهت داده و حرکت آن تندشونده می‌شود. با توجه به این موضوع، انرژی جنبشی متحرک ابتدا کاهش یافته و به صفر می‌رسد و سپس افزایش می‌یابد.

۲۵ ۴ از بین نیروهای مورد بررسی سؤال، تنها نیروی عکس‌العمل عمودی سطح بر مسیر حرکت عمود بوده و کار آن صفر است.

بررسی سایر موارد:

(الف) چون جسم پایین می‌آید، کار نیروی وزن، مثبت است.

(ب) نیروی  $\vec{F}$  هم‌جهت با جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود، پس کار آن مثبت است. (ج) نیروی اصطکاک در خلاف جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود و کار آن منفی است.

(ه) کار نیروی عکس‌العمل سطح برابر مجموع کار نیروی اصطکاک و نیروی عکس‌العمل عمودی سطح است. با توجه به این‌که کار نیروی اصطکاک، منفی و کار نیروی عکس‌العمل عمودی سطح، صفر است، بنابراین کار نیروی عکس‌العمل سطح نیز منفی خواهد بود.

۲۶ ۱ با کمی دقت می‌توان گفت، بیشترین انرژی جنبشی گلوله در نقطهٔ C و کم‌ترین انرژی جنبشی آن در نقطهٔ B است. با توجه به این موضوع و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_B = E_A \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A$$

$$\Rightarrow K_B + 1 \times 10 \times 60 = \frac{1}{2} \times 1 \times (40)^2 + 1 \times 10 \times 40 \Rightarrow K_B = 600 \text{ J}$$

$$E_C = E_A \Rightarrow K_C + U_C = K_A + U_A$$

$$\Rightarrow K_C + 1 \times 10 \times 15 = \frac{1}{2} \times 1 \times (40)^2 + 1 \times 10 \times 40 \Rightarrow K_C = 1050 \text{ J}$$

$$\frac{K_C}{K_B} = \frac{1050}{600} = \frac{7}{4}$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

۲۷ ۳ با توجه به این‌که بسته در حال سکون است، با اعمال نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$ ، در جهت برآیند این دو نیرو جابه‌جا می‌شود و کار نیروی  $\vec{F}_1$  برابر است با:

$$\vec{F}_1 = 4 \text{ N} \quad \vec{d} = \Delta m$$

$$\cos \theta = \frac{F_1}{F_t} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5}$$

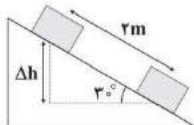
$$W_{F_1} = F_1 d \cos \theta = 3 \times 5 \times \frac{3}{5} = 9 \text{ J}$$

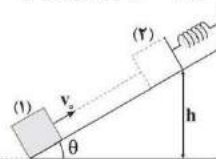
۲۸ ۳ تندی حرکت جسم برابر با  $\frac{2}{3} \frac{m}{s}$  است، یعنی جسم در هر

ثانیه ۲ m روی سطح شیبدار به سمت بالا جابه‌جا می‌شود و کار نیروی وزن با توجه به حرکت آن به سمت بالا برابر است با:

$$\Delta h = 2 \sin 30^\circ = 1 \text{ m}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -2 \times 10 \times 1 = -20 \text{ J}$$





سطح پتانسیل مینا

$$E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \dot{U}_1 + U_{\text{فتر}_1} + K_1 = U_2 + U_{\text{فتر}_2} + K_2$$

$$U_{\text{فتر}_2} = U_{\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = mgh + U_{\text{max}}$$

$$\Rightarrow U_{\text{max}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh \Rightarrow U_{\text{max}} < \frac{1}{2}mv_2^2$$

**دقت کنید:** در انتهای حرکت که فنر بیشترین فشردگی را دارد، انرژی جنبشی جسم صفر است.

$$\begin{cases} Q_1 = U_1 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_1 g h_1 \Rightarrow \Delta\theta_1 = \frac{g h_1}{c_1} = \frac{r g h}{c_1} \\ Q_2 = U_2 \Rightarrow m_2 c_2 \Delta\theta_2 = m_2 g h_2 \Rightarrow \Delta\theta_2 = \frac{g h_2}{c_2} = \frac{g h}{c_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2} = \frac{\frac{r g h}{c_1}}{\frac{g h}{c_2}} \xrightarrow{c_1 = c_2} \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2} = r$$

است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta = 4 \times 420 \times 50 = 84 \text{ J} \xrightarrow{Q = \frac{1}{2}|W_{fk}|} W_{fk} = -168 \text{ J}$$

کار نیروی اصطکاک برابر  $-168 \text{ J}$  است، بنابراین انرژی جسم در پایین سطح شیب‌دار به اندازه  $168 \text{ J}$  کم‌تر از انرژی جسم در بالای سطح شیب‌دار است.

$$E_{\text{بالا}} - E_{\text{پایین}} = 168 \text{ J} \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv^2 = 168$$

$$\xrightarrow{h = 10 \sin 37^\circ = 6 \text{ m}} 4 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 v^2 = 168$$

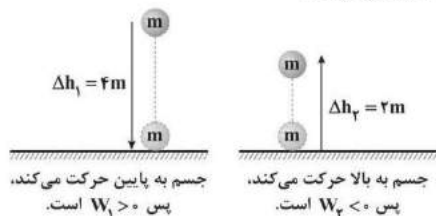
$$\Rightarrow 2v^2 = 72 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

است، بنابراین:

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow W_{mg} = -(U_B - U_A)$$

$$\Rightarrow -100 = -(U_B - 80) \Rightarrow 100 = U_B - 80 \Rightarrow U_B = 180 \text{ J}$$

برابر  $W_1$  و  $W_2$  باشد، می‌توان نوشت:



جسم به پایین حرکت می‌کند، پس  $W_1 > 0$  است.

جسم به بالا حرکت می‌کند، پس  $W_2 < 0$  است.

$$W = mg\Delta h \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{-mg\Delta h_2}{+mg\Delta h_1} = \frac{-\Delta h_2}{\Delta h_1} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

بین نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  با جابه‌جایی جسم به ترتیب  $53^\circ$  و  $37^\circ$  است. در

نتیجه با نوشتن نسبت کار هر دو نیرو می‌توانیم نسبت  $\frac{F_1}{F_2}$  را محاسبه کنیم:

$$\frac{W_{F_2}}{W_{F_1}} = \frac{F_2 d \cos\theta_2}{F_1 d \cos\theta_1} \xrightarrow{W_{F_2} = \frac{1}{2}W_t, W_{F_1} = \frac{1}{6}W_t} \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{4}$$

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{(v_1^2 - v_1^2)} \Rightarrow \frac{W}{W} = \frac{3m}{m} \times \frac{v^2 - v^2}{(2v)^2 - v^2} \Rightarrow v' = 2v$$

قرار است با تندی  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از چاه خارج شود، پس کار کل برابر است با:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 120 \times (4^2 - 0) = \frac{1}{2} \times 120 \times 16 = 960 \text{ J}$$

برای بالا بردن آب از چاه، دو نیرو تأثیرگذار هستند، یکی نیروی وزن و دیگری

نیروی موتور، بنابراین:

$$W_t = W_F + W_{mg} \Rightarrow W_t = W_F - mgh$$

$$\Rightarrow 960 = W_F - 120 \times 10 \times 20 \Rightarrow 960 = W_F - 24000$$

$$\Rightarrow W_F = 24960 \text{ J}$$

در نهایت توان موتور پمپ برابر است با:

$$P = \frac{W_F}{t} = \frac{24960}{60} = 416 \text{ W}$$

۳۷- ۱ انرژی ورودی به بدن از سوخت و ساز تخم مرغ به وجود می آید

که مقدار آن به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E_{\text{ورودی}} = m \times \text{تخم مرغ} \times \text{تخم مرغ} = 2 \times 5000 = 10000 \text{ J}$$

به کمک رابطه بازده، انرژی مفید داده شده به جسم محاسبه می شود:

$$\frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = 50 \Rightarrow E_{\text{مفید}} = \frac{50}{100} \times 10000$$

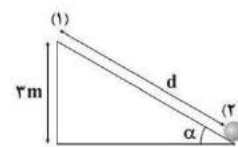
$$\Rightarrow E_{\text{مفید}} = 5000 \text{ J}$$

این انرژی حین بالا بردن به جسم داده می شود و انرژی جنبشی جسم در هنگام رسیدن به سطح زمین نیز، همین مقدار خواهد بود. در لحظه رسیدن به زمین، تمام انرژی جسم به صورت جنبشی می باشد، بنابراین:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 5000 = \frac{1}{2} \times 100 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳۸- ۱ ابتدا کار نیروی

اصطکاک را به دست می آوریم:



$$\sin \alpha = \frac{3}{d} \Rightarrow d = \frac{3}{\sin \alpha}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta$$

$$W_{f_k} = 14 \times \frac{3}{\sin \alpha} \times \cos 18^\circ = -\frac{42}{\sin \alpha}$$

در رابطه بالا  $\theta$  زاویه بین نیروی اصطکاک و جابه جایی است که برابر  $18^\circ$  می باشد.

$$E_2 - E_1 = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow K_2 - (K_1 + U_1) = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (2\sqrt{10})^2 - (\frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 + 2 \times 10 \times 3) = -\frac{42}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow 40 - 124 = -\frac{42}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 3^\circ$$

در ادامه داریم:

۳۹- ۲ کار انجام شده توسط این پمپ برابر همان کار نیروی وزن آب

است و داریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{\text{mg}} = W_t = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{mg}} = \Delta U = mg\Delta h$$

همچنین از آن جا که چگالی آب  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  است، جرم  $60 \text{ m}^3$  آب

$$\text{برابر } 60000 \text{ kg} \text{ است، بنابراین:}$$

$$W_{\text{پمپ}} = 60000 \times 10 \times 12 \text{ J}$$

بنابراین توان مفید پمپ برابر است با:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{60000 \times 10 \times 12}{60 \times 60} = 2000 \text{ W}$$

با توجه به این که پمپ در هر دقیقه  $300 \text{ kJ}$  انرژی الکتریکی مصرف می کند،

می توانیم توان ورودی پمپ را محاسبه کنیم:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{300000}{60} = 5000 \text{ W}$$

بنابراین بازده پمپ برابر است با:

$$\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{2000}{5000} \times 100 = 40\%$$

۴۰- ۱ در مرحله اول، کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت

را محاسبه می کنیم.



$$E_2 - E_1 = W_{f_D} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{f_D}$$

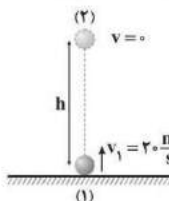
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times (18)^2 - \frac{1}{2} \times 0.2 \times (20)^2 = W_{f_D}$$

$$\Rightarrow 32.4 - 40 = W_{f_D} \Rightarrow W_{f_D} = -7.6 \text{ J}$$

کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر رفت و برگشت،  $-7.6$  ژول است، با توجه به

این که اندازه نیروی مقاومت در مسیر رفت و برگشت، یکسان است، کار نیروی

مقاومت هوا تا نقطه اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) برابر با  $-3.8$  ژول است.



$$E_2 - E_1 = W_{f_D} \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{f_D}$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 0.2 \times 400 = -3.8$$

$$\Rightarrow 2h - 40 = -3.8 \Rightarrow 2h = 36.2$$

$$\Rightarrow h = 18.1 \text{ m}$$



۴۴ کار پمپ صرف افزایش انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی

آب می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W = \Delta U + \Delta K = mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2$$

با استفاده از حجم و چگالی آب، جرم آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{V = 40L = 0.04m^3}{\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}} \rightarrow 1000 = \frac{m}{0.04} \Rightarrow m = 40kg$$

$$W = 40 \times 10 \times 30 + \frac{1}{2} \times 40 \times 5^2 = 12000 + 500 = 12500J$$

بنابراین:

بنابراین توان خروجی پمپ برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{12500J}{1s} = 12500W$$

بنابراین بازده پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{12500W}{20000W} = 0.625$$

بنابراین بازده پمپ برابر ۶۲/۵ درصد است.

۴۵ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_f - K_i = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 \times (16 - 9)$$

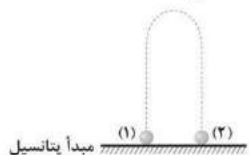
$$\Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = 350J$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = 350 - W_{\text{وزن}} = 350 - mgd = 350 - (100 \times 10 \times 300)$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = 350 - 3000000 = -299650J$$

۴۶ اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و ثانویه گلوله برابر با کار نیروی

مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت ( $W_{f_D}$ ) است، بنابراین:



$$E_f - E_i = W_{f_D} \xrightarrow{U_i = U_f = 0} K_f - K_i = W_{f_D}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = W_{f_D} \Rightarrow \frac{1}{2}m(400 - 1600) = -600m = W_{f_D}$$

بنابراین با توجه به یکسان بودن نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت، کار

نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت ( $W_{f_{D1}}$ ) برابر با  $-300m$  است.

۴۲ می‌خواهیم انرژی جنبشی پدر و پسر با هم برابر شود، بنابراین

می‌توان نوشت:

$$K_{\text{پدر}} = K_{\text{پسر}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_{\text{پدر}}v_{\text{پدر}}^2 = \frac{1}{2}m_{\text{پسر}}v_{\text{پسر}}^2 \Rightarrow \frac{v_{\text{پدر}}^2}{v_{\text{پسر}}^2} = \frac{m_{\text{پسر}}}{m_{\text{پدر}}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\text{پدر}}}{v_{\text{پسر}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{پسر}}}{m_{\text{پدر}}}}$$

با توجه به صورت سؤال، می‌دانیم که جرم پسر،  $\frac{1}{4}$  برابر جرم پدرش است،

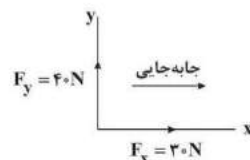
بنابراین داریم:

$$\frac{v_{\text{پدر}}}{v_{\text{پسر}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{پسر}}}{m_{\text{پدر}}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{\text{پدر}} = \frac{1}{2}v_{\text{پسر}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{تندی اولیه پدر: } v_1 = \frac{1}{3}v_{\text{پسر}} \\ \text{تندی نهایی پدر: } v_2 = \frac{1}{2}v_{\text{پسر}} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تقسیم معادلات}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{2}v_{\text{پسر}}}{\frac{1}{3}v_{\text{پسر}}} = \frac{3}{2}$$

بنابراین تندی پدر باید  $\frac{3}{2}$  برابر شود، یعنی باید ۵۰ درصد افزایش بیابد.

۴۳ چون جسم در جهت



مثبت محور x حرکت می‌کند، مؤلفه عمودی نیرو ( $\vec{j}$ ) با جابه‌جایی،

زاویه  $90^\circ$  می‌سازد و کار آن صفر

خواهد شد، پس فقط مؤلفه افقی نیرو

(یعنی  $\vec{i}$ ) بر روی جسم کار انجام

می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$W = Fd \cos \alpha = 30 \times 20 \times \cos 0^\circ = 600J$$

بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$K_f - K_i = W \Rightarrow K_f - 600 = 600$$

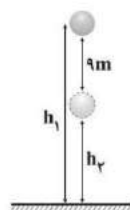
$$\Rightarrow K_f = 1200J = 12hJ$$

۵۰ ۴ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، تغییرات انرژی جنبشی برابر کار کل انجام شده بر روی جسم است، بنابراین:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow \frac{W_{t_f}}{W_{t_i}} = \frac{(4v)^2 - v^2}{v^2 - 0} = \frac{16v^2 - v^2}{v^2} = 15$$

۵۱ ۳ با توجه به شکل زیر و در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$U = mgh \Rightarrow \frac{U_f}{U_i} = \frac{h_f}{h_i} \Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i} \Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i}$$

$$\Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i} \Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i}$$

$$\Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i} \Rightarrow \frac{h_f - h_i}{h_i} = \frac{h_f - h_i}{h_i}$$

بنابراین ارتفاع اولیه گلوله از سطح زمین برابر ۳ متر است.

۵۲ ۱ اگر آسانسور با شتاب ثابت شروع به حرکت کند، اندازه نیروی عمودی تکیه‌گاه بر پای شخص برابر است با:



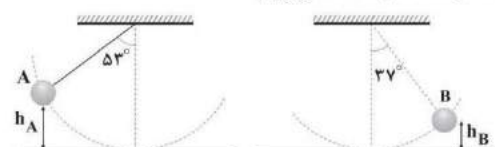
$$F_N = m(g - a) = 80 \times (10 - 2) = 80 \times 8 = 640 \text{ N}$$

در نتیجه:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta$$

$$\Rightarrow W_{F_N} = 640 \times 2 \times \cos 180^\circ = -1280 \text{ J}$$

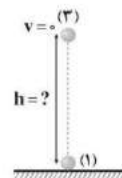
۵۳ ۴ مطابق شکل، ارتفاع نقاط A و B را به کمک رابطه  $h = L(1 - \cos \theta)$  به دست می‌آوریم:



$$h_A = 2(1 - \cos 53^\circ) = 0.7 \text{ m}$$

$$h_B = 2(1 - \cos 37^\circ) = 0.4 \text{ m}$$

از طرفی وقتی گلوله به حداکثر ارتفاع از سطح زمین می‌رسد، تندی آن برابر صفر می‌شود، بنابراین:



$$E_f - E_i = W_{f_D} \Rightarrow \frac{U_i - 0}{K_f - 0} \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_i^2 = -300 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 10h - \frac{1}{2} \times 1600 = -300$$

$$\Rightarrow 10h - 800 = -300 \Rightarrow 10h = 500 \Rightarrow h = 50 \text{ m}$$

۴۷ ۴ دو نیروی وزن و مقاومت هوا به چتر باز وارد می‌شوند. پس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{f_D} + W_{mg} \Rightarrow K_f - K_i = W_{f_D} + mgh$$

$$\Rightarrow \frac{K_i - 0}{\frac{1}{2}mv_f^2} = W_{f_D} + mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 80 \times 100 = W_{f_D} + 80 \times 10 \times 100 \Rightarrow 4000 = W_{f_D} + 80000$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = -76000 \text{ J} \Rightarrow -f_D \times h = -76000 \Rightarrow f_D \times 100 = 76000$$

$$\Rightarrow f_D = 760 \text{ N}$$

۴۸ ۱ با استفاده از سرعت اولیه و انرژی جنبشی، جرم اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 200 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times m \times 400 \Rightarrow 200 \times 10^3 = 200m$$

$$\Rightarrow m = 1000 \text{ kg}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برابند نیروهای وارد بر اتومبیل برابر تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل است، بنابراین:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 1000 \times ((40)^2 - (20)^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (1600 - 400)$$

$$\Rightarrow W_t = 600 \times 1000 = 6 \times 10^5 \text{ J}$$

۴۹ ۴ با استفاده از اختلاف انرژی مکانیکی در ابتدا و انتهای مسیر خواهیم داشت:

$$E_f - E_i = W_{f_k} \Rightarrow U - (U_i + K_i) = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow U - (mgh + \frac{1}{2}mv_i^2) = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow 35 - (0.2 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 0.2 \times 400) = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow 35 - (20 + 40) = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -25 \text{ J}$$

**دقت کنید:** وقتی انرژی ذخیره شده در فنر، حداکثر می‌شود که فنر تا حداکثر مقدار ممکن فشرده شود، بنابراین در این لحظه انرژی جنبشی گلوله صفر می‌شود، زیرا گلوله برای لحظه‌ای متوقف می‌شود.

۴۵۴ اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح برابر است با:

$$F_N = mg - F_1 = 40 - 20 = 20 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - 8 = 4a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اندازه جابه‌جایی جسم در ثانیه اول حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 1.5 \text{ m}$$

کار نیروی سطح برابر مجموع کار نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک است و با توجه به صفر بودن کار نیروی عمودی سطح داریم:

$$W_R = W_{F_N} + W_{f_k} = -f_k d = -8 \times 1.5 = -12 \text{ J}$$

۴۵۵ کار مؤلفه قائم نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  بر روی جسم در این جابه‌جایی صفر بوده و کار کل ناشی از مؤلفه افقی نیروهای نشان داده شده است.

$$W_t = (F_{2x} - F_{1x}) d \cos 0^\circ = (80 - 40 \cos 60^\circ) \times 20 \times 1 = 1200 \text{ J}$$

۴۵۶ با سقوط وزنه (۱) و بالا رفتن وزنه (۳)، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها به انرژی جنبشی مجموع سه وزنه تبدیل می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_1 g h - m_2 g h = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2$$

$$\Rightarrow 2 \text{ m} \times 10 \times 0.8 - \text{m} \times 10 \times 0.8 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) \times 1^2$$

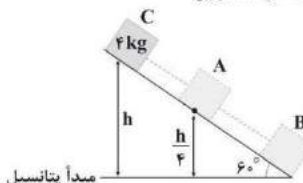
$$\Rightarrow 8 \text{ m} = \frac{1}{2} (2 \text{ m} + m' + m) \times 1^2$$

$$\Rightarrow m' = 12 \text{ m}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{m'}{2 \text{ m}} = \frac{12 \text{ m}}{2 \text{ m}} = 6/5$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۴۵۷ با نوشتن پایستگی انرژی مکانیکی یک بار بین نقطه A و بالاترین نقطه مسیر و یک بار بین نقطه B و بالاترین نقطه مسیر، می‌توان تندی حرکت را در نقاط A و B محاسبه کرد. بنابراین:



مبدأ پتانسیل

$$E_C = E_A \Rightarrow mgh = mg \frac{h}{4} + \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{3}{2} gh}$$

$$E_C = E_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} gh}}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

۴۵۸ انرژی جنبشی ثابت می‌ماند، بنابراین:

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\Rightarrow 0.64 \times m_1 \times v_1^2 = m_2 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_1 = \frac{5}{4} v_1$$

درصد تغییرات تندی جسم برابر است با:

$$\frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{5}{4} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = 25\%$$

۴۵۹ با رها کردن جسم از نقطه b، جسم تحت تأثیر نیروی وزن پایین می‌آید و با کاهش انرژی پتانسیل گرانشی آن، تندی جسم افزایش می‌یابد تا در نقطه a بیشینه شود. سپس با عبور از نقطه a و افزایش طول فنر، انرژی پتانسیل کشسانی فنر افزایش می‌یابد و مطابق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم کم می‌شود تا در نهایت در نقطه c، انرژی جنبشی صفر شده و انرژی پتانسیل کشسانی فنر بیشینه شود، بنابراین هر چهار عبارت صحیح هستند.

۴۶۰ در ابتدا انرژی جنبشی اولیه جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times (10)^2 = 300 \text{ J}$$

با توجه به این‌که انرژی جنبشی جسم افزایش یافته است، بنابراین باید نیرو در جهت حرکت جسم به آن وارد شود تا تندی افزایش یابد ( $\theta = 0^\circ$ ).

در ابتدا جسم با سرعت ثابت ( $a = 0$ ) حرکت می‌کند، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. وقتی نیروی جدید ( $\vec{F}$ ) به آن وارد می‌شود، برآیند نیروهای وارد بر آن برابر  $\vec{F}$  خواهد بود. در ادامه با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow F d \cos \theta = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow F \times 7 \times \cos 0^\circ = 1700 - 300 \Rightarrow 7F = 1400 \Rightarrow F = 200 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 200 \cdot \vec{i} \text{ (N)}$$

۴۶۱ تندی حرکت یوزپلنگ در ابتدا برابر  $v_1 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

است و با آهنگ  $1/4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  افزایش می‌یابد، پس در مدت ۵s، تندی حرکت

آن  $7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  زیاد می‌شود و به  $v_2 = 17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow 7/225 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times m \times (17)^2 \Rightarrow m = \frac{14450}{17 \times 17} = 50 \text{ kg}$$

۴۶۲ هنگامی‌که جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، انرژی جنبشی

آن ثابت است و در نتیجه طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر آن (کار کل) حتماً صفر است ولی در مورد نیروی خالص وارد بر آن نمی‌توان اظهار نظر کرد و نیروی خالص می‌تواند صفر باشد یا نباشد.

۴۶۳ نیروی وارد بر هر دو قایق و جابه‌جایی آن‌ها برابر است، پس

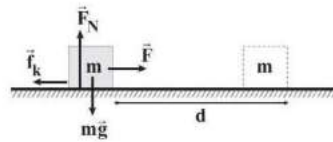
کار کل انجام شده روی آن‌ها برابر است و در نتیجه طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، انرژی جنبشی آن‌ها هنگام عبور از خط پایان با هم برابر خواهد بود.

$$K_A = K_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2 \Rightarrow 200 v_A^2 = 800 v_B^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$



۶۴ ۲ به رابطه‌ای که در زیر برای به دست آوردن نیروی  $\vec{F}$  در حرکت با شتاب ثابت اثبات شده است، توجه کنید:



$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Fd \cos \alpha}{\Delta t} \xrightarrow{\cos \alpha = 1} P_{av} = \frac{Fd}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow P_{av} = F v_{av} \xrightarrow{v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}} P_{av} = F \left( \frac{v_0 + v}{2} \right)$$

در ثانیه اول حرکت سرعت از صفر به  $v$  و در ثانیه دوم حرکت از  $v$  به  $2v$  می‌رسد، بنابراین:

$$\frac{P_{av_1}}{P_{av_2}} = \frac{\frac{0+v}{2}}{\frac{v+2v}{2}} = \frac{1}{3}$$

۶۵ ۴ کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$W_f = E_p - E_1 = (K_p + U_p) - (K_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_f = (K_p - K_1) + (U_p - U_1) \Rightarrow W_f = \Delta K + \Delta U$$

$$\Rightarrow W_f = +34 - 50 = -16 \text{ J}$$

کار نیروی وزن قرینه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است و داریم:

$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow -50 = -W_{mg} \Rightarrow W_{mg} = +50 \text{ J}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{W_f}{W_{mg}} = \frac{-16}{50} = -\frac{8}{25}$$

۶۶ ۳ در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\text{در حضور مقاومت هوا: } E_p - E_1 = -20 \text{ J}$$

$$\Rightarrow K_p + U_p - K_1 - U_1 = -20$$

$$\Rightarrow mgh_1 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -20 \Rightarrow 0.5 \times 10 \times h_1 - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 400 = -20$$

$$\Rightarrow \Delta h_1 - 100 = -20 \Rightarrow \Delta h_1 = 80 \Rightarrow h_1 = 16 \text{ m}$$

$$\text{در غیاب مقاومت هوا: } E_1 = E_p \Rightarrow K_1 + U_1 = K_p + U_p$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_p \Rightarrow \frac{1}{2} \times 400 = 10 \times h_p \Rightarrow h_p = 20 \text{ m}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{h_p}{h_1} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

۶۷ ۱ با حرکت جسم، مقداری از انرژی مکانیکی مجموعه تلف می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$E_p - E_1 = W_f \Rightarrow \Delta E = W_f$$

کار نیروی اصطکاک، منفی است، بنابراین  $E_p < E_1$  است یا به عبارتی  $\Delta E < 0$  است. دقت شود در این سؤال با رها کردن مجموعه، انرژی پتانسیل گرانشی مجموعه کاهش یافته ( $\Delta U < 0$ ) و انرژی جنبشی مجموعه افزایش می‌یابد ( $\Delta K > 0$ ).

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta E = E_p - E_1 < 0 \Rightarrow \underbrace{\Delta U}_{\text{منفی}} + \underbrace{\Delta K}_{\text{مثبت}} < 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\Delta K}_{\text{مثبت}} < -\underbrace{\Delta U}_{\text{منفی}} \xrightarrow{|\Delta U| = -\Delta U} \Delta K < |\Delta U|$$

۶۸ ۱ با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_p \Rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_p + \frac{1}{2}mv_p^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 400 = 10h_p + \frac{1}{2} \times 1000$$

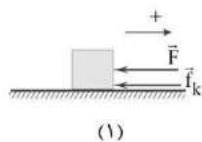
$$\Rightarrow 150 = 10h_p \Rightarrow h_p = 15 \text{ m}$$

۶۹ ۱ حرکت جسم از دو بخش تشکیل شده است. از لحظه  $t_1 = 0$  تا لحظه  $t_p = 6 \text{ s}$  حرکت جسم، کندشونده و از لحظه  $t_p = 6 \text{ s}$  تا لحظه  $t_p = 12 \text{ s}$  حرکت جسم تندشونده است، بنابراین شتاب جسم در هر دو مرحله را محاسبه می‌کنیم:

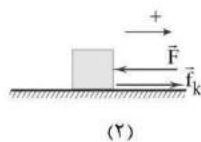
$$a_{[0, 6 \text{ s}]} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 24}{6} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a'_{[6 \text{ s}, 12 \text{ s}]} = \frac{\Delta v'}{\Delta t} = \frac{-12 - 0}{12 - 6} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این‌که اندازه شتاب مرحله اول، بزرگتر از اندازه شتاب مرحله دوم است، یعنی در ابتدا نیروی  $\vec{F}$  و نیروی اصطکاک  $\vec{f}_k$  با یک‌دیگر هم‌جهت و پس از آن در خلاف جهت هم هستند.



(۱)



(۲)

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون برای هر دو مرحله (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\text{مرحله (۱): } -F - f_k = ma \Rightarrow -F - f_k = 8 \times (-4) = -32 \text{ N}$$

$$\text{مرحله (۲): } -F + f_k = ma' \Rightarrow -F + f_k = 8 \times (-2) = -16 \text{ N}$$

حال با استفاده از دو معادله به دست آمده می‌توانیم نیروی اصطکاک را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} -F - f_k = -32 \\ -F + f_k = -16 \end{cases} \Rightarrow -2F = -48 \Rightarrow F = 24 \text{ N و } f_k = 8 \text{ N}$$

بنابراین می‌توانیم طول مسیر حرکت در  $t$  ثانیه اول را محاسبه کنیم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta \Rightarrow -200 = 8 \times d \times \cos 180^\circ \Rightarrow d = 25 \text{ m}$$

با توجه به این که سرعت خودروی مورد نظر ثابت است، بنابراین

طبق قانون اول نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر خودرو برابر با صفر است،

بنابراین ابتدا نیروی موتور خودرو را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k = 800 \text{ N}$$

با توجه به رابطه توان داریم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} \xrightarrow{W = Fd \cos \theta} P_{\text{av}} = \frac{Fd}{\Delta t} \xrightarrow{d = v \Delta t} P_{\text{av}} = \frac{Fv \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{av}} = Fv \xrightarrow{F = 800 \text{ N}, v = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} P_{\text{av}} = 800 \times 10 = 8 \times 10^3 \text{ W}$$

اگر سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، ارتفاع

گلوله آونگ تا سطح زمین در نقاط  $A$  و  $B$  برابر است با:

$$h_A = L - L \cos 60^\circ \xrightarrow{L = 5 \text{ m}} h_A = 5 - 5 \times \frac{1}{2} = 2.5 \text{ m}$$

$$h_B = L - L \cos 37^\circ \xrightarrow{L = 5 \text{ m}} h_B = 5 - 5 \times 0.8 = 1 \text{ m}$$

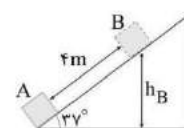
با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A - E_B = W_f \Rightarrow (U_A + K_A) - (U_B + K_B) = W_f$$

$$\Rightarrow U_A = W_f + U_B$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 2.5 = 22.5 + m \times 10 \times 1 \Rightarrow m = 1/5 \text{ kg}$$

طبق قضیه کار و انرژی درونی داریم:



$$W_f = E_B - E_A$$

$$\Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

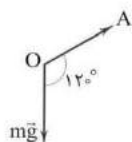
$$\Rightarrow W_f = (0 + mgh_B) - (\frac{1}{2}mv_A^2 + 0)$$

$$\xrightarrow{h_B = 4 \times \sin 37^\circ = 2.4 \text{ m}} W_f = (2 \times 10 \times 2.4) - (\frac{1}{2} \times 2 \times 100)$$

$$\Rightarrow W_f = 48 - 100 = -52 \text{ J}$$

بنابراین کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت برابر  $-104 \text{ J}$  است.

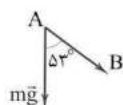
ابتدا کار نیروی وزن در مسیر  $OA$  را حساب می‌کنیم:



$$W_{OA} = (mg) \overline{OA} \cos 12^\circ = (20 \times 10) \times 20 \times (-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow W_{OA} = -2000 \text{ J}$$

کار نیروی وزن در مسیر  $AB$  برابر است با:



$$W_{AB} = (mg) \overline{AB} \cos 37^\circ = (20 \times 10) \times 10 \times 0.8 = +1600 \text{ J}$$

بنابراین کار نیروی وزن در کل مسیر برابر است با:

$$W_{mg} = W_{OA} + W_{AB} = -2000 + 1600 = -400 \text{ J}$$

کار مفید انجام شده توسط پمپ معادل  $W = mgh$  است.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \xrightarrow{v = \frac{h}{\Delta t}} P = mgv$$

طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$P_A = 2P_B \Rightarrow m_A g v_A = 2m_B g v_B$$

$$\Rightarrow 2000 \times 10 = 2m_B \times 20 \Rightarrow m_B = 50 \text{ kg}$$

انرژی جنبشی اولیه گلوله برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 20^2 = 10000 \text{ J}$$

در اثر مقاومت هوا انرژی جنبشی گلوله  $20\%$  درصد کاهش یافته و در لحظه برخورد به درخت به  $4000 \text{ J}$  می‌رسد. در ادامه با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd \cos 180^\circ = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow F \times 20 \times (-1) = 0 - 4000 \Rightarrow F = 200 \text{ N}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم طی آن جابه‌جایی است.

$$W_t = \Delta K$$

در این جا فنر، نیروی اصطکاک و وزن جسم هستند که روی جسم کار انجام می‌دهند و از آن جایی که جسم در اول و آخر مسیر متوقف شده، انرژی جنبشی اولیه و نهایی آن صفر است.

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{\text{فنر}} + W_{f_k} + W_{mg} = 0$$

مسافتی که جسم روی سطح بالا می‌رود را  $d$  در نظر می‌گیریم و می‌دانیم که کاری که فنر روی جسم انجام می‌دهد، برابر است با انرژی ذخیره شده در آن، بنابراین:

$$W_{\text{فنر}} - f_k d - mgd \sin 53^\circ = 0 \Rightarrow 34 - d - 2 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow d = 2 \text{ m}$$



۱ ۷۷ با مقایسه انرژی جنبشی جسم در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{K_2}{K_1} &= \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{m_2=m_1} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{K_1 + \gamma\Delta}{K_1} &= \left(\frac{v_1 + \Delta}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1 + \frac{\gamma\Delta}{K_1} = \left(1 + \frac{\Delta}{v_1}\right)^2 \\ \Rightarrow 1 + \frac{\gamma\Delta}{K_1} &= 1 + \frac{1^{\circ}}{v_1} + \frac{\gamma\Delta}{v_1^2} \Rightarrow \frac{\gamma\Delta}{K_1} = \frac{1^{\circ}}{v_1} + \frac{\gamma\Delta}{v_1^2} \\ \xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = v_1^2} \frac{\gamma\Delta}{v_1^2} &= \frac{1^{\circ}}{v_1} + \frac{\gamma\Delta}{v_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta^{\circ}}{v_1} = 1^{\circ} \Rightarrow v_1 = \Delta \frac{m}{s} \end{aligned}$$

بنابراین انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \Delta^2 = 2\Delta J$$

۳ ۷۸ انرژی مکانیکی جسم را در ابتدا و انتهای مسیر محاسبه می‌کنیم:

$$A \text{ نقطه: } E_A = U_A + K_A = mgh_A = 2 \times 10 \times 10 = 200 J$$

$$D \text{ نقطه: } E_D = U_D + K_D = mgh_D = 2 \times 10 \times 5 = 100 J$$

بنابراین ۱۰۰ J از انرژی جسم در کل مسیر به دلیل وجود اصطکاک تلف شده است. با توجه به آن که بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیرهای AB و CD به ترتیب ۶۰ J و ۲۰ J است، بزرگی کار نیروی اصطکاک در مسیر BC برابر است با:

$$|W_{AB}| + |W_{BC}| + |W_{CD}| = 100 J \\ \Rightarrow 60 + |W_{BC}| + 20 = 100 \Rightarrow |W_{BC}| = 20 J$$

بنابراین نیروی اصطکاک در مسیر BC برابر است با:

$$|W_{BC}| = f_k \times d_{BC} \Rightarrow 20 = f_k \times 4 \Rightarrow f_k = 5 N$$

۴ ۷۹ چون توان خروجی مولد ۱۰۰۰ MW است، انرژی خروجی در

$$\text{هر ثانیه، } 1000 MJ \text{ است. } mgh = 1000 MJ = 10^9 J \text{ کار نیروی گرانش} \\ \Rightarrow 2/5 \times 10^6 \times 10 \times h = 10^9 \Rightarrow h = 40 m$$

۱ ۸۰ سرعت گلوله در هر دو نقطه A و B برابر با صفر است و در

نتیجه انرژی مکانیکی آن برابر با انرژی پتانسیل گرانشی گلوله است. اگر پایین‌ترین نقطه‌ای که گلوله آونگ از آن می‌گذرد را مبدأ پتانسیل گرانشی و طول نخ آونگ را برابر L فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$h_A = L - L \cos 53^{\circ} = L \times (1 - 0.6) = 0.4L$$

$$h_B = L - L \cos 37^{\circ} = L \times (1 - 0.8) = 0.2L$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta E|}{E_A} &= \frac{E_A - E_B}{E_A} = 1 - \frac{E_B}{E_A} = 1 - \frac{mgh_B}{mgh_A} = 1 - \frac{h_B}{h_A} \\ \Rightarrow \frac{|\Delta E|}{E_A} &= 1 - \frac{0.2L}{0.4L} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۴ ۸۱ هنگامی که تندی جسم  $\frac{m}{s}$  ۶ افزایش می‌یابد، می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{169}{100} = \left(\frac{v_1 + 6}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{13}{10} = \frac{v_1 + 6}{v_1} \Rightarrow v_1 = 20 \frac{m}{s}$$

اگر تندی جسم ۶ کاهش یابد و به  $v = 14 \frac{m}{s}$  برسد، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.45 \times (14)^2 = 441 J$$

۱ ۸۲ روش اول: گلوله از نقطه A تا نقطه B به اندازه ۱۰ m بر روی

سطح شیب‌دار جابه‌جا می‌شود. پس اندازه جابه‌جایی قائم گلوله را به دست می‌آوریم:

$$\Delta h = d_{AB} \sin 37^{\circ} = 10 \times 0.6 = 6 m$$

در ادامه یک بار در مسیر رفت و یک بار در مسیر برگشت از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K \text{ برای مسیر رفت (A تا B)}$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow -mg\Delta h - fd_{AB} = \frac{1}{2}m(0 - v_A^2) \quad (1)$$

$$W_t = \Delta K' \text{ برای مسیر بازگشت (B تا A)}$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_A'^2 - v_B'^2)$$

$$\Rightarrow mg\Delta h - fd_{AB} = \frac{1}{2}m(v_A'^2 - 0) \quad (2)$$

با کم کردن رابطه (۱) از رابطه (۲) می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 2mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_A'^2 + v_A^2) \Rightarrow 4g\Delta h = v_A'^2 + v_A^2$$

$$\xrightarrow{\Delta h = 6 m, v_A = 2\sqrt{51} \frac{m}{s}} 4 \times 10 \times 6 = v_A'^2 + 204 \Rightarrow v_A'^2 = 36$$

$$\Rightarrow v_A' = 6 \frac{m}{s}$$

روش دوم: انرژی مکانیکی گلوله در هنگام پرتاب در نقطه A و در نقطه B برابر است با:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}m \times (2\sqrt{51})^2 = 102 m$$

$$E_B = K_B + U_B = mgh_B = mgd_{AB} \sin 37^{\circ}$$

$$\Rightarrow E_B = m \times 10 \times 10 \times 0.6 = 60 m$$



$$\Rightarrow 600m = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 600 = 10 \times 50 + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 200 \Rightarrow v_B = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

از طرفی با توجه به این که نقطه C در یک ارتفاع با نقطه A قرار دارد، تندی گلوله در نقطه C با تندی گلوله در نقطه A برابر است و داریم:

$$v_C = v_A \Rightarrow v_C = 20 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{10\sqrt{2}}{20} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین:

بنابراین در مسیر رفت از A به B، به دلیل کار نیروی اصطکاک، گلوله 42m انرژی از دست داده است. چون نیروی اصطکاک ثابت است، گلوله در مسیر برگشت هم 42m انرژی دیگر از دست می‌دهد و انرژی از آن از 60m به 18m می‌رسد، بنابراین تندی آن در برگشت به نقطه A برابر است با:

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow 18m = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 36 \Rightarrow v_A = 6 \frac{m}{s}$$

همان‌طور که دیدید برای حل این سؤال، نیازی به داشتن جرم جسم (m) نبود.

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow -mg\Delta h + W_f = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow -1 \times 10 \times 3 + W_f = \frac{1}{2} \times 1 \times (4^2 - 20^2) \Rightarrow -30 + W_f = -192$$

$$\Rightarrow W_f = -162J$$

انرژی جنبشی اولیه گلوله برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 20^2 = 200J$$

$$\frac{W_f}{K_1} = \frac{-162}{200} = -0.81$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = W_{وزن} + W_{دست} = K_f - K_i$$

از آن جا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است ( $\Delta K = 0$ )، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{وزن} + W_{دست} = 0 \Rightarrow W_{دست} = -W_{وزن}$$

$$\frac{W_{وزن} = -mg(h_f - h_i)}{W_{دست} = mg(h_f - h_i)}$$

$$\Rightarrow W_{دست} = 2/5 \times 10 \times (4/4 - 3) = 35J$$

ابتدا انرژی مکانیکی گلوله در نقطه A را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} U_A = mgh_A = m \times 10 \times 40 = 400m \\ K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times m \times (20)^2 = 200m \end{cases} \Rightarrow E = U_A + K_A = 600m$$

مطابق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی گلوله در همه نقاط مسیر برابر 600m خواهد بود، بنابراین در نقطه B هم می‌توان نوشت:

$$E_B = U_B + K_B$$